# Formální aspekty Aristotelovy logiky z historického úhlu pohledu

**Formal Aspect of Aristotle's logic from the Historical Perspective**

*Diplomová práce*

**Univerzita Karlova v Praze**

**Filosofická fakulta**

**Katedra logiky**

**vedoucí práce: Doc. PhDr. Vojtěch Kolman, Ph. D.**

**vypracoval: Martin Fontán**

**Praha 2010**

# Poděkování

Na tomto místě bych chtěl poděkovat zejména vedoucímu práce Doc. Vojtěchu Kolmanovi a Prof. Johnu Corcoranovi. Prvnímu za přivedení k tomuto tématu vůbec a za následné průběžné konzultace, které byly vzhledem k době, která uplynula od napsání první a poslední věty, skutečně zapotřebí. Zároveň mu děkuji za přístup k rozsáhlým zdrojům sekundární literatury. Prof. Corcoranovi pak patří dík za to, že mi velmi ochotně poskytl sekundární texty k sylogistice, které se mi v České republice nepodařilo získat.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

V Praze dne 28. května 2010

# Abstrakt

Tato práce se zabývá vlastnostmi Aristotelovy sylogistiky z hlediska moderní logiky a zároveň se snaží prezentovat samotný Aristotelův text na dané téma. Práce ukazuje, jak lze dokázat větu o úplnosti sylogistiky, aniž by bylo v navrženém deduktivním systému zapotřebí používat nepřímý důkaz, což je naprosto běžná praxe pro autory, kteří se tímto tématem ve 20. století zabývali.

# Abstract

This thesis focuses on formal properties of Aristotle's syllogistic as seen from the perspective of both modern logic and Aristotle himself. Its main objective is the proof of the standard completeness theorem that does not employ the indirect deduction as has become a custom in modern reconstructions of Aristotle's deductive system.

# Obsah

# Kapitola 1

# Úvod

Tato práce má jasné zaměření. Aristotelovu sylogistiku. Účel této práce je dvojí. Zaprvé navrhnout formalizaci Aristotelova systému a prozkoumat standardními prostředky moderní formální logiky jeho vlastnosti. V tomto bodě nám půjde o postižení syntaktické a sémantické úrovně sylogistiky a následné tázání po její případné úplnosti. Spolu s tím budeme nuceni zodpovědět i další relevantní otázky a pokusíme se tak poskytnout rámec pro prezentaci tohoto systému. Sylogistika by se mohla stát, pro svou relativní jednoduchost, vhodnou pomůckou pro předvedení základních vlastností logických systémů a způsobů práce s těmito systémy v rámci moderní logiky.

Základem pro tuto část nám budou již takřka tradiční texty Johna Corcorana *Completeness of an Ancient Logic* (případně *A Mathematical Model of Aristotle's Syllogistic*) a článek Timothy Smileyho *What is a syllogism?* Tito autoři se jako první začali intenzivně věnovat studiu sylogistiky, která je pochopena jako deduktivní systém, a tak slouží jako naprosto přirozený odrazový můstek pro to, o co se budeme snažit. Náš text přináší jednu podstatnou novinku, která spočívá v explicitním zdůvodnění redundance nepřímého důkazu za předpokladu dostatečně velké báze odvozovacích pravidel. Důkaz nadbytečnosti nepřímého důkazu je založen na Smileyho pozorování, který ukazuje, jakým způsobem vypadají nejmenší nekonzistentní množiny základních sylogistických vět, přičemž v průběhu tohoto pozorování ukáže, jak k dané množině základních sylogistických vět sestrojit model. V našem důkazu budeme sledovat, jaké premisy byly k dispozici v poslední bezesporné množině předpokladů a ukážeme, jak lze již z této množiny odvodit přímo hledaný závěr. Podobný postup, avšak díky povolení a formalizaci takzvaného vynětí mnohem méně rozsáhlý, používá Robin Smith v textu *Completeness of an ecthetic syllogistic.* Lze tedy tvrdit, že minimálně věta 3 z části 2.6 a vše, co je potřeba k jejímu důkazu, je původním příspěvkem této práce.

Druhý směr této práce bude s prvním v některých ohledech úzce souviset a doplňovat jej. V této části se budeme věnovat pečlivější analýze samotných Aristotelových textů a historii zkoumání a užívání sylogistiky. Pokusíme se poukázat na několik způsobů toho, jak bylo sylogistice rozuměno a jaké pozadí stálo za těmito výzkumy. Uvidíme, že tato oblast je značně rozsáhlá a diskuze v ní jsou, alespoň od první třetiny dvacátého století, bouřlivé. Doba od první třetiny 20. století také bude naším hlavním zdrojem interpretací a dohadů, protože dřívější tradice byla často velmi výrazně ovlivněna tím, že Aristotelova logika byla tím systémem, ve kterém se ta která zkoumání prováděla a neexistovala možnost (prostředky), jak vystoupit z jejího rámce a pokusit se na ni podívat jinýma očima. Bouřlivost těchto aktuálních diskusí je často způsobena faktem, že vzájemně si konkurující přístupy pokouší tvrdit, „jak sylogistiku chápal sám Aristotelés“. Kladením této otázky a pokusem odpovědi na ní se pak jiný pohled zdá často dosti nepřátelský.

Cílem této práce tedy není pouze zkoumat, jakým způsobem Aristotelés chápal sylogistiku, ale ukázat, jak a proč se na tuto otázku názor odpovídalo v poslední době a zároveň poskytnout ucelený rámec pro zkoumání tohoto systému. Samozřejmě se pokusíme, aby tento rámec nebyl zcela svévolný a (v co nejvíce ohledech) odpovídal Aristotelově prezentaci. To se ale, jak můžeme předeslat již nyní, nemůže podařit dokonale, protože náš formálně logický pohled, ovlivněný klasickou matematickou logikou, je v některých podstatných vlastnostech Aristotelovi velmi vzdálen.

# Kapitola 2

# Sylogistika jako formální systém

## 2.1 Předběžné poznámky

Cíl této kapitoly je prozkoumat Aristotelovu teorii kategorického sylogismu s ohledem na postupy moderní formální logiky. Pokusíme se zodpovědět otázky ohledně syntakticko-sémantických aspektů tohoto systému, jako je adekvátnost, kompaktnost a úplnost. Je zde zcela zbytečné se zabývat tím, zda a jakým způsobem sám Aristotelés vnímal rozdíl mezi syntaxí a sémantikou a zda tedy vůbec tyto moderní otázky mohl klást. Naše prezentace se má pokusit ukázat řešení těchto, pro moderní logiku, důležitých otázek na tomto relativně jednoduchém systému s ohledem na možnou didaktičnost tohoto postupu. Při studiu logiky se skoro každý dostane do kontaktu s těmito otázkami ve výrokovém či predikátovém počtu a předběžná obeznámenost, v rámci jednoduššího systému, by neměla být na škodu. V této části si tedy vezmeme z Aristotelovy sylogistiky základní rozlišení a specifikace, ale při jejich zkoumání budeme postupovat zcela „moderním“ způsobem, který je s Aristotelovým na mnoha místech neslučitelný.

V následujících sekcích pak budeme postupovat tak, že po předběžných poznámkách ohledně zápisu a základních rozlišeních, budeme definovat zcela formální jazyk, abychom poté ukázali, co se tímto jazykem budeme snažit zachytit. Sémantickou stránku a vztahy, které platí na její úrovni, se pak pokusíme popsat pomocí určitého deduktivního systému, který bude obsahovat to, co můžeme nazvat klasickým (přímým) důkazem. Adekvátnost tohoto systému bude zdůvodněna, pokud se nám podaří dokázat větu o silné úplnosti v její klasické podobě.

## 2.2 Značení

V souvislosti se zkoumáním formálních aspektů sylogistiky se objevilo až zarážející množství variant zápisu, které takřka kompletně vyčerpávají možnosti, které tento systém nabízí. Pro možnost přehlednosti vůbec je však rozhodnutí, jakým způsobem budeme jednotlivé kroky značit, dosti důležité. V této práci se přizpůsobíme spíše českému jazyku než vlastní Aristotelově praxi, čímž snad získáme pro čtenáře na první pohled relativně srozumitelné formule.
Jak tedy zapisovat základní větu tvaru: „Každé A je B“? Máme celkem čtyři formy, které budeme chtít zachytit, přičemž použijeme běžně užívané konvence záznamu kvality a kvantity dané věty pomocí jednoho z písmen $a$, $e$, $i$ a $o$, které jsou vzaty z latinských slov *affirmo* (tvrdím) a *nego* (popírám). Větu „každé X je Y“, pak budeme zapisovat prostě jako $XaY$ a další analogicky tak, jak je uvedeno v tabulce 2.1.

| Typ věty | Notace | Čtená jako |
|---|---|---|
| Obecná kladná | $XaY$ | „Každé X je Y.“ |
| Obecná záporná | $XeY$ | „Žádné X není Y.“ |
| Částečná kladná | $XiY$ | „Některé X je Y.“ |
| Částečná záporná | $XoY$ | „Některé X není Y.“ |

Tabulka 2.1: Základní věty

Druhou základní otázkou je, jakým způsobem budeme zapisovat jednotlivé sylogismy.[1] I zde je na výběr z několika možností a volba toho kterého způsobu může ovlivnit jak přehlednost následných úvah, tak jistý pohled na sylogistiku jako takovou. Naše volba bude taková, aby tvary zápisu sylogismů odpovídali intencím jejich klasických jmen, která byla volena tak, aby středověkému logikovi poskytla co nejvíce informací o tom kterém sylogismu. Tento způsob má jedinou nevýhodu. V rámci zápisu je totiž nejprve zapsána premisa (nazývaná VYŠŠÍ), která obsahuje predikát závěru (VYŠŠÍ TERMÍN) a až poté premisa (nazývaná NIŽŠÍ) obsahující subjekt závěru (NIŽŠÍ TERMÍN),[2] což v případě notoricky známých sylogismů vede k ne úplně přirozenému čtení. Tak se například základní

[1] Sylogismem rozumíme úsudkové pravidlo, které ze dvou základních vět odvodí základní větu, která je od obou odlišná, přičemž tyto věty budou obsahovat celkem tři termíny. Notoricky známým typem sylogismu je sylogismus *Barbara*, který z vět $XaY$ a $YaZ$ odvodí větu $XaZ$.

[2] Dodejme, že jako STŘEDNÍ TERMÍN je nazýván ten termín, který spojuje obě premisy a v závěru se nevyskytuje. Z jeho pozice v premisách se dále, již od Aristotela, určovala příslušnost sylogismu do konkrétní FIGURY.

| Figura | Název | Sylogismus | Aristotelský |
|---|---|---|---|
| I. | *Barbara* | $ZaY, XaZ \vdash XaY$ | Ano |
| | *Celarent* | $ZeY, XaZ \vdash XeY$ | Ano |
| | *Darii* | $ZaY, XiZ \vdash XiY$ | Ano |
| | *Ferio* | $ZeY, XiZ \vdash XoY$ | Ano |
| | *Barbari* | $ZaY, XaZ \vdash XiY$ | Ne |
| | *Celaront* | $ZeY, XaZ \vdash XoY$ | Ne |
| II. | *Cesare* | $YeZ, XaZ \vdash XeY$ | Ano |
| | *Camestres* | $YaZ, XeZ \vdash XeY$ | Ano |
| | *Festino* | $YeZ, XiZ \vdash XoY$ | Ano |
| | *Baroco* | $YaZ, XoZ \vdash XoY$ | Ano |
| | *Cesaro* | $YeZ, XaZ \vdash XoY$ | Ne |
| | *Camestrop* | $YaZ, XeZ \vdash XoY$ | Ne |
| III. | *Darpati* | $ZaY, ZaX \vdash XiY$ | Ano |
| | *Disamis* | $ZiY, ZaX \vdash XiY$ | Ano |
| | *Datisi* | $ZaY, ZiX \vdash XiY$ | Ano |
| | *Felapton* | $ZeY, ZaX \vdash XoY$ | Ano |
| | *Bocardo* | $ZoY, ZaX \vdash XoY$ | Ano |
| | *Ferison* | $ZeY, ZiX \vdash XoY$ | Ano |
| IV. | *Bamalip* | $YaZ, ZaX \vdash XiY$ | Ne |
| | *Camenes* | $YaZ, ZeX \vdash XeY$ | Ne |
| | *Dimatis* | $YiZ, ZaX \vdash XiY$ | Ne |
| | *Fesapo* | $YeZ, ZaX \vdash XoY$ | Ne |
| | *Fresison* | $YeZ, ZiX \vdash XoY$ | Ne |
| | *Camenop* | $YaZ, ZeX \vdash XoY$ | Ne |

Tabulka 2.2: Klasické sylogismy

sylogismus *Barbara*, který v našem zápise vypadá jako $ZaY, XaZ \vdash XaY$, bude číst jako: „Každé $Z$ je $Y$ a každé $X$ je $Z$, tedy každé $X$ je $Y$“, i když přirozenější čtení by asi v češtině bylo: „Každé $X$ je $Z$ a každé $Z$ je $Y$, tedy každé $X$ je $Y$“, čemuž by formálně odpovídal spíše zápis $XaZ, ZaY \vdash XaY$.[3] Klasické mnemotechnické názvy jsou však založeny na pevném pořadí premis, kdy nižší je postavená až za vyšší, a tak se tohoto zápisu budeme držet i my, abychom k jednotlivým sylogismům mohli snadno odkazovat podle jejich názvů a zároveň nedocházelo ke zmatkům, jaké jsou tvary jednotlivých premis. Již nyní je, díky použití znaku $\vdash$, vidět, že sylogismus budeme chápat jako odvozovací pravidlo. To jest pravidlo, které říká, že pokud máme předpoklady určitého tvaru, pak můžeme odvodit ten který konkrétní závěr.

V této úvodní sekci ještě uveďme seznam všech platných sylogismů,[4] který reflektuje spíše středověké chápání sylogismu než to, jak se jím budeme zabývat dále. Tabulka číslo 2.2 totiž ukazuje sylogismy ve všech čtyřech figurách, které se dostávají ke slovu jen tehdy považujeme-li za důležité pevné pořadí premis. V tomto případě pak získáváme celkem 256 možných kombinací toho, jaké mohou tři různé termíny v jednotlivých figurách tvořit takzvané mody. Čtyři možné figury kategorického sylogismu pak mají následující obecnou formu, přičemž znaky $k, l, m$ mohou být nahrazeny jedním z termínů $a, e, i, o$:

1. $ZkY, XlZ \vdash XmY$
2. $YkZ, XlZ \vdash XmY$
3. $ZkY, ZlX \vdash XmY$
4. $ZkX, YlZ \vdash XmY$

Toto klasické dělení sylogismů zde uvádíme i proto, abychom v následujících úvahách nepoužívali názvy jednotlivých sylogismů zcela bez předchozího obeznámení.

[3] Tj. nižší premisa předchází vyšší. Sám Aristotelés pak v *Prvních analytikách* sylogismus Barbara prezentuje následujícími slovy (*APr.* [4, I.c.4 25b]): „vypovídá-li se *A* o každém *B* a *B* o každém *C*, musí se *A* vypovídat o každém *C*." To sice připomíná náš „přirozenější" návrh, ale je důležité si uvědomit to, že v Aristotelově pojetí je nejprve uveden predikát soudu (to, co se vypovídá) a teprv pak subjekt (to, o čem se vypovídá).

[4] Spojení „platný sylogismus" je však, s ohledem na Aristotelovo chápání, pleonastické, protože on mluví o tom, zda určitá dvojice premis tvoří či netvoří sylogismus. To jest ptá se, zda z dané dvojice premis nutně plyne nějaký závěr.

## 2.3 Syntax

V této části nadefinujeme přesně, jak budeme přesně rozumět sylogistice ze syntaktického pohledu.[5] Zajímá nás zde tedy pouze otázka, co je správně utvořená základní formální věta a jaké typy odvozovacích pravidel budeme povolovat.

**Definice 1.** FORMÁLNÍ JAZYK SYLOGISTIKY *tvoří sada pojmových písmen* $P_1, P_2, P_3 \ldots$, *ze kterých sestavujeme* SYLOGISTICKÉ FORMULE *následujících tvarů:* $XaY$, $XiY$, $XeY$ *a* $XoY$, *kde* $X$ *a* $Y$ *jsou libovolná, ale různá, pojmová písmena, které budeme též nazývat* TERMY.

Pojmové písmeno, které se vyskytuje na prvním místě v konkrétní sylogistické formuli budeme nazývat SUBJEKT a pojmové písmeno na druhém místě PREDIKÁT.
V dalším textu budeme také běžně požívat pojem KONTRADIKTORICKÁ FORMULE, kterou budeme též označovat jakožto NEGACI dané formule.

**Definice 2.** NEGACÍ *sylogistické formule tvaru* $XaY$ *rozumíme formuli* $XoY$ *(a naopak) a* NEGACÍ *formule tvaru* $XiY$ *rozumíme formuli* $XeY$ *(a naopak).*

Pro libovolnou sylogistickou formuli $\alpha$ budeme její negaci značit jako $\neg\alpha$, avšak znak $\neg$ není přímo součástí našeho jazyka a bude používán jen na meta-úrovni. Dále budeme sylogistické formule tvaru $XaY$ a $XiY$ nazývat POZITIVNÍ, zatímco formule $XeY$ a $XoY$ NEGATIVNÍ.
Budeme používat dva základní typy úsudkových pravidel. Prvním budou takzvané PRAVIDLA KONVERZE (OBRATU), která umožňují odvodit závěr (sylogistickou formuli) z jedné premisy (sylogistické formule). Jejich tvar bude obecně $XkY \vdash XlY$ případně $XkY \vdash YlX$, přičemž $k, l$ zastupují jedno z písmen $a, e, i, o$ určující typ dané věty a $X$, $Y$ jsou dvě různá pojmová písmena. Druhý typ pravidel budou SYLOGISMY, kde nějaký závěr (sylogistická formule) vyplývá ze dvou různých premis (opět ze sylogistických formulí), přičemž závěr a premisy obsahují právě tři různá pojmová písmena, kde jedno z těchto písmen se vyskytuje pouze v obou premisách. Možné tvary těchto pravidel zachycují první tři body ve výčtu uvedeném v závěru předchozí sekce.[6]
V dalším textu pak budou velká písmena řecké abecedy $\Gamma, \Delta, \ldots$ reprezentovat množiny základních sylogistických formulí, malá písmena řecké abecedy $\gamma, \delta, \varphi, \ldots$ jednotlivé základní sylogistické formule a velká písmena latinské abecedy jednotlivá pojmová písmena.

[5]Základní rozlišení v této a následující části jsou převzata z Kolmanovy knihy [30] — viz strana 167 a několik následujících.

[6]První tři proto, že nám nebude záležet na pořadí premis.

Ve všech případech pak budeme volně používat indexy tam, kde to bude vhodné pro zvýšená přehlednosti.

## 2.4 Sémantika

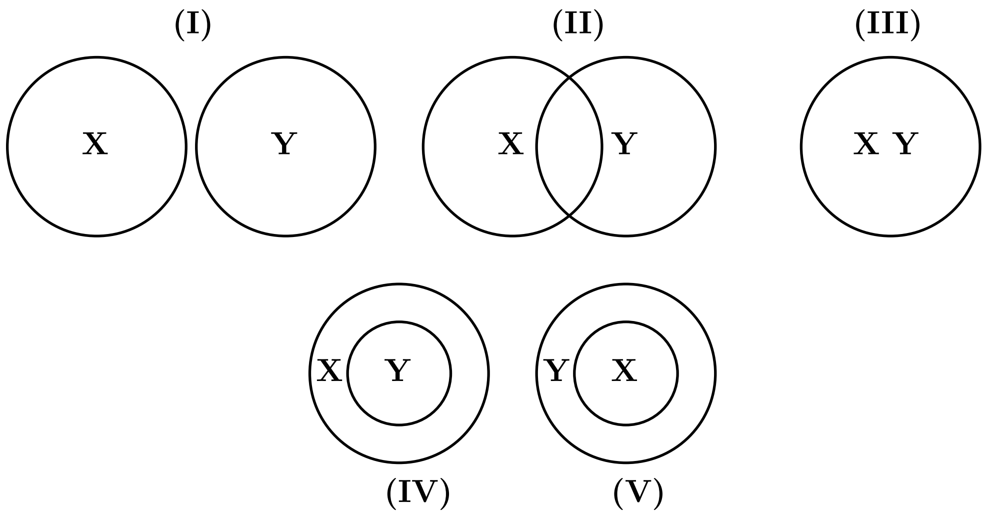
Jelikož můžeme říci, že se sylogistika obecně zabývá vztahem mezi rozsahy jednotlivých pojmů, zdá se přirozené interpretovat jednotlivé základní formule sylogistiky jako tvrzení o vztazích neprázdných tříd,[7] reprezentovaných jednotlivými pojmovými písmeny. Tak $XaY$ lze číst jako „všechny prvky, které obsahuje $X$, obsahuje také $Y$“, $XeY$ jako „$X$ a $Y$ nemají žádný společný prvek“, $XiY$ jako „$X$ a $Y$ mají alespoň jeden společný prvek“ a konečně $XoY$ jako „$X$ se od $Y$ liší alespoň jedním prvkem, který v něm leží, ale neleží v $Y$“, respektive „X není částí Y“. Zapsáno v jazyce teorie množin bychom získali následující formulace, pro $X \neq \emptyset$ a $Y \neq \emptyset$:

- $XaY$ - „$X$ je částí $Y$“ ($X \subseteq Y$)
- $XiY$ - „$X$ má s $Y$ neprázdný průnik“ ($X \cap Y \neq \emptyset$)
- $XeY$ - „$X$ a $Y$ mají prázdný průnik“ ($X \cap Y = \emptyset$)
- $XoY$ - „$X$ není částí $Y$ “ ($X \nsubseteq Y$)

Již nyní však upozorněme na jeden fakt. V sylogistice nikdy nebudeme schopni specifikovat, kolik je oněch prvků, které jsou společné, případně kterými prvky se dvě třídy liší. Spojení „alespoň jeden“ by totiž mohlo sugerovat, že tento počet jsme schopni nějak specifikovat, případně nějakým způsobem tyto prvky vybrat („pojmenovat“), a svádět nás k různým úvahám o převodu těchto deskripcí do formálního jazyka nějakého moderního logického systému. To však s sebou nese skoro více škody, než užitku, a tak se zde o to na tomto místě vůbec nebudeme pokoušet. Naše chápání bude tedy množinové s tím, že budeme uvažovat pouze na úrovni neprázdných podmnožin a nadmnožin dané množiny a nijak se nebudeme věnovat jednotlivým „prvkům“ náležejícím do té které množiny.
Pro základní ilustraci možných vztahů mezi třídami použijeme takzvané Gergonnovy diagramy, přičemž obrázek 2.1 ukazuje, jaké mohou tyto vztahy být mezi dvěma pojmovými písmeny $X$ a $Y$.[8]

[7] Požadavek na neprázdnost není, z moderního pohledu, standardní, ale jak bude vidět dále je nezbytný pro platnost některých úsudků. V historické sekci se tomuto tématu budeme věnovat podrobněji.

[8] O původu těchto diagramů se lze více dočíst u Knealových — viz [29, str. 350–353].




Obrázek 2.1: Možné vztahy dvou tříd

Nyní tak můžeme uvažovat INTERPRETACI základních sylogistických formulí, která každé formuli přiřadí některé ze tříd, které jsou mezi sebou vždy v jednom z uvedených vztahů, přičemž každému pojmovému písmenu, které se v daných sylogistických formulích vyskytuje, je přiřazena právě jedna třída.[9] Řekneme, že nějaká dvojice tříd je MODELEM některé ze základních formulí, případně, že tuto formuli SPLŇUJE, pokud je této sylogistické formuli přiřazena varianta podle následujícího výčtu:

- Diagramy (III) a (V) jsou modelem formule $XaY$.
- Diagramy (II), (III), (IV) a (V) jsou modelem formule $XiY$.
- Diagram (I) je modelem negativní formule $XeY$
- A konečně diagramy (I), (II) a (IV) jsou modelem částečné negativní formule $XoY$.

Upozorněme zde, že naše definice negace (či kontradiktorické formule) na straně 13 je vhodně zvolená vzhledem k předcházející definici modelu základních formulí. Modely vzájemně kontradiktorických formulí totiž vyčerpávají všechny možné vztahy mezi dvěma termíny a zároveň žádný z modelů nějaké formule není modelem její negace.

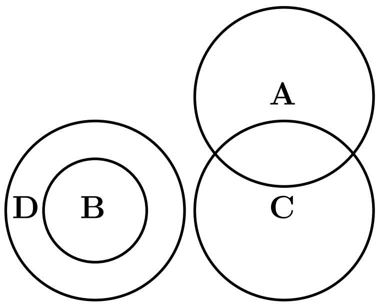
**Definice 3.** *Pokud pro každou sylogistickou formuli $\alpha$ z nějaké množiny sylogistických formulí $\Gamma$ platí, že daná interpretace splňuje danou formuli $\alpha$ (tj. přiřazuje jejím pojmovým*

[9] Avšak jedna třída může být přiřazena více pojmovým písmenům, pokud jsou jejich rozsahy stejné. Případně můžeme říct, že jsou těmto písmenům přiřazeny různé třídy, které spolu splývají.

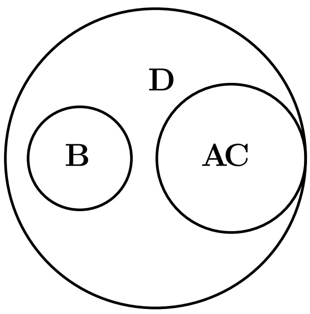
*písmenům adekvátní diagram, podle předchozího výčtu), pak tuto interpretaci nazýváme* MODELEM *množiny* $\Gamma$.

O sylogistické formuli, která je danou interpretací splněna, budeme též hovořit jako o formuli PRAVDIVÉ v této interpretaci. Neklademe zde jakýkoli požadavek na něco jako faktickou — externí — pravdivost, ale chápeme zde pravdivost interně, pouze na základě prezentovaného systému a jeho interpretace.

Tak jsou například oba obrázky 2.2 i 2.3 modely množiny $\{BaD, CeB, CiA\}$, ale pouze obrázek 2.3 je modelem množiny formulí $\{BaD, CeB, AaC, AaD\}$, zatímco obrázek 2.2 je modelem třeba pro množinu $\{DiB, CeB, CiA, AoC, CeD\}$. Avšak oba dva tyto obrázky jsou *interpretacemi* (byť třeba nepravdivými) těchto množin formulí.




Obrázek 2.2: Model 1.



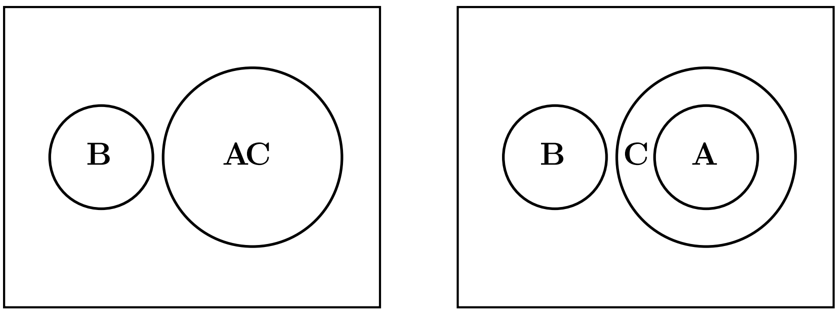

Obrázek 2.3: Model 2.

**Definice 4.** *Množinu formulí nazveme* SPLNITELNOU *pokud existuje nějaké přiřazení neprázdných tříd jednotlivým pojmovým písmenům tak, aby všechny tyto formule byly najednou pravdivé.*

Být splnitelná pak tedy znamená totéž, jako mít model. Poslední sémantický pojmem, který budeme potřebovat, je vyplývání a jeho definice bude opět zcela standardní.

**Definice 5.** *Sylogistická formule* $\varphi$ VYPLÝVÁ *z množiny sylogistických formulí* $\Gamma$ *(symbolicky* $\Gamma \models \varphi$*) tehdy a jen tehdy, pokud každá interpretace, která je modelem* $\Gamma$*, je i modelem* $\varphi$*.*

Na tomto místě již máme dostatek rozlišení na to, aby bylo možno ověřit, že všechny sylogismy, které jsou uvedené v tabulce 2.2 na straně 11, jsou ze sémantického hlediska platné. Je totiž pouze otázkou času ukázat, že všechny uvedené závěry vyplývají z daných předpokladů a tedy, že nahrazení znaku $\vdash$ za znak $\models$ povede k 24 příkladům toho, že nějaká sylogistická formule vyplývá z jiných.[10] Zároveň lze stejným způsobem ověřit, že není žádný jiný platný sylogismus. To jest, že z žádné jiné kombinace dvou premis nevyplývá žádná sylogistická formule, případně, že z uvedených premis nevyplývají jiné závěry než ty, které nalezneme v tabulce 2.2.




Obrázek 2.4: Celarent

Pro ilustraci si uveďme alespoň jeden příklad ověření sémantické platnosti konkrétního sylogismu. Obrázek 2.4 zdůvodňuje platnost sylogismu *Celarent*. Jsou totiž pouze dvě možnosti, jak může vypadat pravdivá interpretace premis $CeB$, $AaC$ a v obou těchto případech je pravdivá i sylogistická formule $AeB$.[11]

[10]To jest ukazujeme, že všechny tyto sylogismy, pokud budou chápány jako odvozovací pravidla, jsou korektní a z „pravdivých“ premis odvodí pouze „pravdivé“ závěry.

[11]A to bez ohledu na to, kolik dalších sylogistických formulí bychom museli v daném případě interpretovat.

Na další příklady, které by používaly Gergonnovy diagramy, zde však není prostor, protože jiné kombinace premis umožňují vyšší počet splňujících interpretací a jejich předvedení by nemělo žádný konkrétní přínos. Použití Vennových diagramů by se mohlo zdát pro tento účel vhodnější, protože bychom si vždy vystačili pouze s jedním obrázkem, ale Gergonnovy diagramy dávají lepší okamžitou představu o tom, v jakém vztahu jsou třídy reprezentující jednotlivá pojmová písmena.

Nyní ukážeme, a na základě výše specifikovaného modelu základních sylogistických formulí i snadno nahlédneme, jaké platí sémantické vztahy mezi jednotlivými základními sylogistickými formulemi. Ověření platnosti těchto vtahů je tak založeno na pozorování, že množina modelů premisy je částí (ne nutně vlastní) množiny modelů závěru. Tabulka

| **Název** | **Vztah** |
|---|---|
| E-konverze (*E-con*) | $XeY \models YeX$ |
| I-konverze (*I-con*) | $XiY \models YiX$ |
| částečná A-konverze (*A-pcon*) | $XaY \models YiX$ |
| částečná E-konverze (*E-pcon*) | $XeY \models YoX$ |
| A-subalternace (*A-sub*) | $XaY \models XiY$ |
| E-subalternace (*E-sub*) | $XeY \models XoY$ |

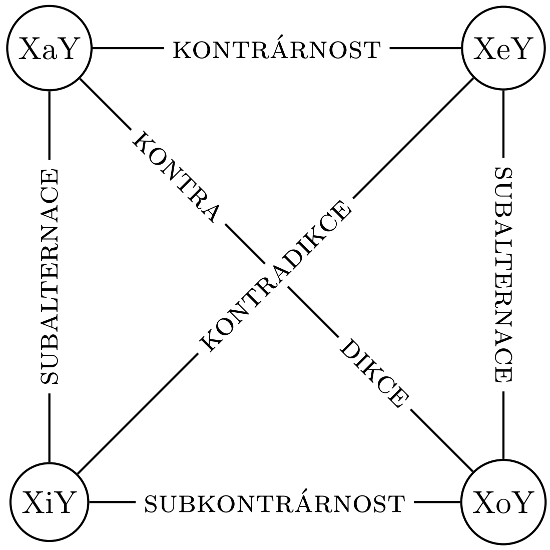
Tabulka 2.3: Vztahy základních sylogistických formulí

2.3 shrnuje, které sylogistické formule vyplývají z jednoprvkové množiny $\Gamma$ a zároveň jim dává i jejich běžné názvy, které budou dále běžně používány. Je opět snadno ověřitelné, že žádné jiné — netriviální — vztahy tohoto druhu naplatí.

Na tomto místě pak též můžeme prezentovat diagram — viz obrázek 2.5, který se tradičně nazývá LOGICKÝ ČTVEREC, a který zachycuje základní vztahy mezi základními sylogistickými formulemi spolu s jejich běžnými názvy.[12] My sice v této sekci nebudeme všechna tato rozlišení potřebovat, ale hodí se alespoň pro základní přehled. Jednotlivé vztahy poskytují informaci o tom, jaká je možnost (ne)pravdivosti těch kterých formulí v rámci jedné interpretace, přičemž ověření lze opět provést triviálně pomocí modelů základních sylogistických formulí, které byly uvedeny výše.

KONTRÁRNÍ formule $XaY$ a $XeY$, které se česky též nazývají PROTIVY, tak mohou být v nějaké interpretaci obě nepravdivé, ale nikdy nemohou být zároveň obě pravdivé. Pro

[12]Tento diagram není u Aristotela nikde uveden, ale objevil se, jak uvádí Parsons v [41], již ve druhém století občanského letopočtu a prostřednictvím Boethiova komentáře Aristotelova textu *O Vyjadřování* přešel do středověké tradice.




Obrázek 2.5: Logický čtverec

SUBKONTRÁRNÍ formule $XiY$ a $XoY$, nazývané též PODPROTIVY, platí, že mohou být obě zároveň pravdivé, avšak nikdy nemohou být obě nepravdivé. KONTRADIKTORICKÉ formule $XaY$ a $XoY$ (respektive $XeY$ a $XiY$), nebo též PROTIKLADNÉ, jsou takové, že v žádné interpretaci nemohou být obě pravdivé, ani obě nepravdivé. A konečně SUBALTERNACE — PODŘAZENOST — říká, že je-li v nějaké interpretaci pravdivá obecná formule $XaY$ (případně $XeY$), pak je pravdivá příslušná částečná formule $XiY$ (respektive $XoY$).[13]

Teď se však obraťme k aspektu, který bude v dalším postupu hojně využíván. Budeme se zabývat principem, který (mimo jiné) posléze povede i k potřebě nepřímého důkazu. Tímto principem je následující věta:[14]

**Věta 1.**

$$\Gamma \models \varphi \textit{ tehdy a jen tehdy, když } \Gamma \cup \neg\varphi \models \psi \textit{ a } \Gamma \cup \neg\varphi \models \neg\psi.$$

Neformálně tedy tato věta tvrdí, že nějaká formule $\varphi$ vyplývá z nějaké množiny předpokladů $\Gamma$ právě tehdy, když rozšířením množiny předpokladů o negaci $\varphi$ získáme spornou množinu; to jest takovou, ze které bude vyplývat libovolná formule $\psi$ i její negace.

[13] SUBALTERNACE je též jeden z důvodů, proč jsme požadovali neprázdnost jednotlivých tříd. V klasické predikátové logice takový přechod obecně neplatí, protože platnost obecného kvantifikátoru nezaručuje platnost existenčního, povolíme-li kvantifikaci přes prázdnou množinu individuí.

[14] Pro přehlednost vynecháváme, zde i v následujícím textu, závorky u jednoprvkových množin formulí.

*Důkaz.* Ke zdůvodnění platnosti tohoto principu uvažujme dvě možnosti a to na základě toho, zda je sama množina $\Gamma$ splnitelná, nebo ne.

Nechť nejprve $\Gamma$ není splnitelná, tj. žádná interpretace, ohodnocující všechna pojmová písmena, vyskytující se v $\Gamma$, není modelem této množiny. V obou směrech pak budeme moci využít vlastnosti naší definice vyplývání, která říká, že formule $\varphi$ vyplývá z množiny formulí $\Gamma$ tehdy a jen tehdy, je-li každý model množiny $\Gamma$ také modelem formule $\varphi$. Chápeme-li nyní standardním způsobem „kvantifikaci přes prázdnou množinu“ modelů $\Gamma$, pak je zde snadno splněno diktum EX FALSO QUODLIBET (ze sporu cokoli). Každý, totiž žádný, model množiny $\Gamma$ je i modelem formule $\varphi$. Z tohoto dikta a faktu, že již množina $\Gamma$ je nesplnitelná, získáváme snadno obě dokazované implikace, protože jak z množiny $\Gamma$, tak z množiny $\Gamma \cup \neg\varphi$,[15] plyne cokoli a tedy i formule $\varphi$, $\psi$ a $\neg\psi$.

Pokud množina $\Gamma$ splnitelná je, pak můžeme použít následující úvahu. Nechť nejprve platí $\Gamma \models \varphi$. Z toho, jakým způsobem byla definována platnost základních sylogistických formulí, dostáváme, že žádný model množiny formulí $\Gamma$ nemůže splnit formuli $\neg\varphi$, protože každá interpretace splňující $\Gamma$ splňuje též $\varphi$, a že tedy $\Gamma \cup \neg\varphi$ model nemá. Jak bylo uvedeno v předchozím odstavci vyplývá z množiny, která nemá žádný model, cokoli, a tak platí i $\Gamma \cup \neg\varphi \models \psi$ a $\Gamma \cup \neg\varphi \models \neg\psi$ pro libovolnou $\psi$. Naopak ať platí $\Gamma \cup \neg\varphi \models \psi$ a $\Gamma \cup \neg\varphi \models \neg\psi$ pro nějakou $\psi$, přičemž víme, že $\Gamma$ je splnitelná. Z faktu, že z množiny $\Gamma \cup \neg\varphi$ vyplývá jak formule $\psi$, tak její negace $\neg\psi$, můžeme usuzovat, že množina $\Gamma \cup \neg\varphi$ splnitelná není. Kdyby splnitelná byla, pak by každý její model musel splňovat formule $\psi$ i $\neg\psi$, což není možné. Splnitelnost tedy „zkazila“ formule $\neg\varphi$. Toto „zkažení“ znamená, že pojmovým písmenům, které $\neg\varphi$ obsahuje, byly v každém modelu $\Gamma$ přiřazeny takové třídy (kruhy), které tuto formuli nesplňovaly. Protože však víme, že pro každou sylogistickou formuli platí, že pokud jí nějaká interpretace nesplní (avšak interpretuje pojmová písmena, ze kterých se skládá), pak splní její negaci, platí v každém modelu množiny $\Gamma$ i formule $\varphi$. Což je přesně to, že $\Gamma \models \varphi$. □

Zdůrazněme však znovu jednu zásadní věc. Za předpokladu, že $\Gamma$ nebyla splnitelná, jsme nijak nehovořili o tom, jaká pojmová písmena jsou obsažena ve formuli $\varphi$. Diktum *ex falso quodlibet* nám v tomto případě vskutku umožní odvodit zcela libovolnou sylogistickou formuli. V druhém případě, když $\Gamma$ splnitelná byla, se již na formuli $\neg\varphi$ (a tedy i na $\varphi$) klade požadavek, aby její pojmová písmena byla již v modelech $\Gamma$ interpretována. Formule $\varphi$, jejíž pojmová písmena by model množiny $\Gamma$ obě neinterpretoval, by nemohla způsobit, aby sjednocena s $\Gamma$, tvořila spornou množinu. Toto pozorování je důležité, protože v

[15] Přidání nějaké formule k nesplnitelné množině nemůže existenci modelu nijak pomoci.

následujícím textu tím bude ovlivněna možnost eliminace nepřímého důkazu.

## 2.5 Deduktivní systém

V předchozí sekci jsme viděli, jaké jsou základní platné úsudky ve smyslu sémantického vyplývání v námi specifikované interpretaci. A jak jsme viděli, nebylo jich mnoho. Sylogismů jsme tak získali dvacet čtyři a dále jsme poukázali na platnost šesti pravidel obratu. Naší snahou bude nyní tyto aspekty „kalkulizovat“. To jest ukázat, že existuje zcela formální systém, obsahující přesně definovaná pravidla a pojem důkazu, který výše ukázané sémantické aspekty adekvátně zachycuje. Zároveň se pokusíme zvolit tento systém co nejúsporněji. Důvod pro tuto úspornost není, v případě sylogistiky, zcela evidentní, ale opět se zde dá spíše odkázat k didaktickým momentům. V „klasických“ logických systémech je totiž poměr mezi úsporností a přehledností (čti: reálnou použitelností) zásadním hlediskem. My se zde zároveň pokusíme prezentovat formální sylogistiku tak, aby se obešla bez takzvaného nepřímého důkazu.

**Definice 6.** PŘÍMÝM DŮKAZEM *nějaké formule* $\varphi$ *z množin předpokladů* $\Gamma$ *budeme rozumět konečnou posloupnost na jejímž počátku jsou uvedeny všechny, nebo jen některé, formule množiny* $\Gamma$ *a na jejím konci je formule* $\varphi$*, přičemž případné další prvky posloupnosti mezi členy* $\Gamma$ *a* $\varphi$ *jsou buď zopakování nějakého předcházejícího členu posloupnosti, případně je tento člen posloupnosti odvozen z nějakých předchozích členů za použití nějakého pravidla z množiny povolených pravidel. Tento fakt budeme značit jako* $\Gamma \vdash \varphi$.

Zde je na místě upozornit, že znak $\vdash$, který byl uváděn výše v přehledu sylogismů v tabulce 2.2, případně v části věnované formální syntaxi, nemá stejný význam, jako právě definovaný symbol pro přímý důkaz. Jeho smysl byl spíše oddělující a říkal nám, že pokud platí předpoklady na jeho levé straně, pak je přípustné připsat mezi (dále použitelné) předpoklady i závěr na jeho pravé straně. V průběhu dalšího textu by však mělo být z kontextu vždy jasné, v jakém smyslu je znak $\vdash$ použit, případně to bude explicitně zmíněno.

Přímý důkaz nám tak dává přesný a přehlédnutelný postup, jak od určitých premis dojít k určitému závěru. V sylogistice je však již od dob Aristotela používán i druhý typ důkazu a to NEPŘÍMÝ DŮKAZ. Tento typ důkazu je založen na úvaze, že často může být snazší ukázat,[16] že předpoklad platnosti negace závěru vede ke vzniku sporu. To nám, za před-

[16] A pro některé volby povolených pravidel je to i jediná možnost důkazu určitého závěru. Viz dále v textu.

pokladu takzvaného PRINCIPU PRAVDIVOSTI,[17] umožňuje usuzovat na platnost závěru. Definujme tedy, co budeme rozumět nepřímým důkazem v dalším textu.

**Definice 7.** NEPŘÍMÝ DŮKAZ *nějaké formule* $\varphi$ *z množin předpokladů* $\Gamma$ *je konečná posloupnost na jejímž počátku jsou uvedeny všechny, nebo některé, formule množiny* $\Gamma$ *spolu s negací formule* $\varphi$ *a na jejím konci jsou formule* $\alpha, \neg\alpha$*, pro nějakou sylogistickou formuli* $\alpha$*, přičemž případné další prvky posloupnosti mezi těmito prvky jsou buď zopakování nějakého předcházejícího členu posloupnosti, případně je člen posloupnosti odvozen z nějakých předchozích členů za použití nějakého pravidla z množiny povolených pravidel. Tento fakt budeme značit jako* $\Gamma \vdash_{ind} \varphi$.

Předchozí dvě definice odkazovaly k množině povolených pravidel. Nyní tedy specifikujme, jaká třída úsudkových pravidel bude pro nás v následujícím textu touto bází. Naše volba bude vedena snahou o možnost eliminace nepřímého důkazu, což je i obsahem následující části této práce. Tento systém pravidel je převzat z Glashoffova článku [24], kde jsou uvedeny i všechny ostatní báze ve smyslu úplnosti vůči všem platným sylogismům. Glashoff však sám explicitně nezdůvodňuje, že by takováto volba měla obecně stačit pro možnost odstranění nepřímého důkazu, ale poukazuje pouze na fakt, že již z této sady je možné formálně dokázat i všechny další platné sylogismy.

**Definice 8.** BÁZÍ PRAVIDEL *budeme rozumět následující odvozovací pravidla:*
*Pravidla obratu:*

- E-con $XeY \vdash YeX$
- I-con $XiY \vdash YiX$
- A-sub $XaY \vdash XiY$
- E-sub $XeY \vdash XoY$

*Sylogismy:*

- Barbara $ZaY, XaZ \vdash XaY$
- Celarent $ZeY, XaZ \vdash XeY$

[17] To jest faktu, že každá správně utvořená formule daného systému je v nějaké interpretaci buď pravdivá, nebo nepravdivá (za předpokladu, že daná interpretace vůbec interpretuje pojmová písmena v této formuli obsažená) a zároveň, že ke každé formuli existuje i její negace, která je pravdivá právě v těch interpretacích (interpretujích její pojmová písmena), kde je daná formule nepravdivá. Blíže srovnej Kolmanovu knihu [30] strana 170 a náš důkaz věty 1 na straně 19.

- Darii $ZaY, XiZ \vdash XiY$
- Ferio $ZeY, XiZ \vdash XoY$
- Baroco $YaZ, XoZ \vdash XoY$
- Bocardo $ZoY, ZaX \vdash XoY$

Teď můžeme například snadno ověřit, že posloupnost $\langle AaC, AaB, AiB, BiA, BiC \rangle$ je důkazem formule $BiC$ z předpokladů $\{AaC, AaB\}$, kde byla postupně použita pravidla *A-sub*, *I-con* a *Darii* a ospravedlnit tak zápis $\{AaC, AaB\} \vdash BiC$. Druhým příkladem, který zde uvedeme, bude posloupnost $\langle CoB, CaA, AaB, CaB, CoB \rangle$ reprezentující nepřímý důkaz formule $AoB$ z množiny předpokladů $\{CoB, CaA\}$, kde byl použit sylogismus *Barbara*.[18] To jest ukázali jsme, že $\{CoB, CaA\} \vdash_{ind} AoB$.
Nyní, a to hlavně z cvičných důvodů, ukážeme, že námi zvolená báze je skutečně úplná a to ve smyslu, že z ní jsou odvoditelné všechny platné sylogismy, jak byly uvedeny v tabulce 2.2.

**Lemma 1.** *Z báze pravidel uvedené v definici 8 lze přímo odvodit závěry všech (platných) sylogismů.*

*Důkaz.* Důkaz bude velmi jednoduchý, a tak nepotřebuje žádný speciální komentář, kromě následujícího ohledně zápisu. První řádek v každém pod-důkaze má vždy tvar otázky „je z daných premis v našem systému přímo dokazatelný závěr daného sylogismu?“, kde symbol $\vdash$ je opravdu symbol existence přímého důkazu, a další řádky obsahující $\vdash$ poukazují k tomu, že daný závěr (tj. formule uvedená na pravé straně od znaku $\vdash$) je zařazen do posloupnosti v definici přímého důkazu a že předpoklady (tj. formule vlevo od znaku $\vdash$) již v posloupnosti máme k dispozici.

| | |
|---|---|
| $\{ZaY, XaZ\} \vdash XiY$ | **Barbari**? |
| $ZaY, XaZ \vdash XaY$ | Barbara |
| $XaY \vdash XiY$ | A-sub $\square$ |

Podle naší definice 6 by pak přesná posloupnost tvořící tento důkaz vypadala jako:

$$\langle ZaY, XaZ, XaY, XiY \rangle$$

[18] Samozřejmě, že v tomto případě by z těchto předpokladů postačilo přímé odvození s jedním použitím sylogismu *Bocardo*, ale, jak ukážeme dále, to platí pro libovolnou (bezespornou) kombinaci premis a závěru.

Pro další případy však již tuto (méně přehlednou) posloupnost uvádět nebudeme, protože je zcela jasné, jak by se tvořila.

| | |
|---|---|
| $\{ZeY, XaZ\} \vdash XoY$ | **Celaront**? |
| $ZeY, XaZ \vdash XeY$ | Celarent |
| $XeY \vdash XoY$ | E-sub $\square$ |

| | |
|---|---|
| $\{YeZ, XaZ\} \vdash XeY$ | **Cesare**? |
| $YeZ \vdash ZeY$ | E-con |
| $ZeY, XaZ \vdash XeY$ | Celarent $\square$ |

| | |
|---|---|
| $\{YaZ, XeZ\} \vdash XeY$ | **Camestres**? |
| $XeZ \vdash ZeX$ | E-con |
| $ZeX, YaZ \vdash YeX$ | Celarent |
| $YeX \vdash XeY$ | E-con $\square$ |

| | |
|---|---|
| $\{YeZ, XiZ\} \vdash XoY$ | **Festino**? |
| $YeZ \vdash ZeY$ | E-con |
| $ZeY, XiZ \vdash XoY$ | Ferio $\square$ |

| | |
|---|---|
| $\{YeZ, XaZ\} \vdash XoY$ | **Cesaro**? |
| $YeZ \vdash ZeY$ | E-con |
| $XaZ \vdash XiZ$ | A-sub |
| $ZeY, XiZ \vdash XoY$ | Ferio $\square$ |

| | |
|---|---|
| $\{YaZ, XeZ\} \vdash XoY$ | **Camestrop**? |
| $XeZ \vdash XoZ$ | E-sub |
| $YaZ, XoZ \vdash XoY$ | Baroco $\square$ |

| | |
|---|---|
| $\{ZaY, ZaX\} \vdash XiY$ | **Darpati**? |
| $ZaX \vdash ZiX$ | A-sub |
| $ZiX \vdash XiZ$ | I-con |
| $ZaY, XiZ \vdash XiY$ | Darii $\square$ |

| | |
|---|---|
| $\{ZiY, ZaX\} \vdash XiY$ | **Disamis**? |
| $ZiY \vdash YiZ$ | I-con |
| $ZaX, YiZ \vdash YiX$ | Darii |
| $YiX \vdash XiY$ | I-con $\square$ |
| $\{ZaY, ZiX\} \vdash XiY$ | **Datisi**? |
| $ZiX \vdash XiZ$ | I-con |
| $ZaY, XiZ \vdash XiY$ | Darii $\square$ |
| $\{ZeY, ZaX\} \vdash XoY$ | **Felapton**? |
| $ZaX \vdash ZiX$ | A-sub |
| $ZiX \vdash XiZ$ | I-con |
| $ZeY, XiZ \vdash XoY$ | Ferio $\square$ |
| $\{ZeY, ZiX\} \vdash XoY$ | **Ferison**? |
| $ZiX \vdash XiZ$ | I-con |
| $ZeY, XiZ \vdash XoY$ | Ferio $\square$ |
| $\{YaZ, ZaX\} \vdash XiY$ | **Bamalip**? |
| $ZaY, XaZ \vdash XaY$ | Barbara |
| $XaY \vdash XiY$ | I-sub $\square$ |
| $\{YaZ, ZeX\} \vdash XeY$ | **Camenes**? |
| $ZeX, YaZ \vdash YeX$ | Celarent |
| $YeX \vdash XeY$ | E-con $\square$ |
| $\{YiZ, ZaX\} \vdash XiY$ | **Dimatis**? |
| $ZaX, YiZ \vdash YiX$ | Darii |
| $YiX \vdash XiY$ | I-con $\square$ |
| $\{YeZ, ZaX\} \vdash XoY$ | **Fesapo**? |
| $YeZ \vdash ZeY$ | E-con |
| $ZaX \vdash ZiX$ | A-sub |
| $ZiX \vdash XiZ$ | I-con |
| $ZeY, XiZ \vdash XoY$ | Ferio $\square$ |

$$\{YeZ, ZiX\} \vdash XoY \qquad \textbf{Fresison}?$$
$$YeZ \vdash ZeY \qquad \text{E-con}$$
$$ZiX \vdash XiZ \qquad \text{I-con}$$
$$ZeY, XiZ \vdash XoY \qquad \text{Ferio} \quad \square$$

$$\{YaZ, ZeX\} \vdash XoY \qquad \textbf{Camenop}?$$
$$ZeX \vdash XeZ \qquad \text{E-con}$$
$$XeZ \vdash XoZ \qquad \text{E-sub}$$
$$YaZ, XoZ \vdash XoY \qquad \text{Baroco} \quad \square$$

Nyní tedy máme přímé důkazy všech zbývajících osmnácti sylogismů a lemma je tím dokázáno. □

## 2.6 Eliminace nepřímého důkazu

Tato sekce bude mít pro další postup zásadní důležitost. Poté, co jsme ukázali, že daná báze pravidel je úplná vůči platným sylogismům ve smyslu, že všechny jejich závěry lze z jejich premis odvodit přímo již v našem systému, se pokusíme dokázat, že námi definovaný nepřímý důkaz není v našem systému zapotřebí, pokud rezignujeme na platnost pravidla *ex falso quodlibet* — „ze sporu cokoli".

Ukážeme, že jakýkoli nepřímý důkaz z konzistentní množiny předpokladů — viz dále definici 10 — dokážeme explicitně přepsat na důkaz přímý. Vzhledem k úplnosti vůči platným sylogismům je pak jasné, že i jakékoli rozšíření naší báze o nějaké sylogismy, případně o pravidla obratu, na věci nic nezmění. Směrem „dolů" to však platit nebude, protože odebrání libovolného pravidla z naší báze již opět vynutí povolení nepřímého důkazu do formálního systému.[19]

Pro důkaz věty o eliminaci nepřímého důkazu budeme potřebovat uvažovat některé další pojmy pojmy a rozlišení. V předchozím odstavci jsme totiž například poukázali na podmínku konzistence množiny předpokladů, ale zatím přesně nevíme, co si pod tímto pojmem, v rámci sylogistiky, představit.

[19]Přičemž, v případě odebrání některých pravidel, nám nepomůže ani opětovné povolení nepřímého důkazu a systém tak zůstane „silně" neúplný vůči námi specifikované sémantice.

**Definice 9.** *Množinu sylogistických formulí nazveme* ANTILOGISMUS *pokud může být odvozena substitucí termů z množiny, která má více než jeden prvek, je nesplnitelná a každá její vlastní podmnožina je již splnitelná.*[20]

**Definice 10.** *Množinu sylogistických formulí nazveme* KONZISTENTNÍ, *pokud ona ani žádná její část není* antilogismem. *V opačném případě o ní budeme hovořit jako o množině* NEKONZISTENTNÍ.

Antilogismus je tedy minimální nekonzistentní množina sylogistických formulí. Jejím nejelementárnějším příkladem můžou být dvouprvkové množiny kontradiktorických formulí $\{XaY, XoY\}$ a $\{XeY, XiY\}$ a mírně komplikovanějším *antilogismem* je pak třeba následující množina $\{AaB, BaC, CaD, AaE, EaF, FaG, DeG\}$.

**Definice 11.** A-ŘETĚZCEM *termů* X *a* Y *rozumíme spojení těchto termů tvaru:*

$$XaZ_1; Z_1aZ_2 \dots Z_{n-1}aZ_n; Z_naY$$

*Zároveň v této podkapitole povolujeme obecně i spojení termu se sebou samým „prázdným" řetězcem tvaru $XaX$, což zmenší větvení v některých důkazech.* A-ŘETĚZEC *termů* X *a* Y *značíme* $a\,[XY]$.

Následující lemma nám dává velmi silný prostředek k dalším úvahám. Poskytne nám přesný výčet toho, jakým způsobem vypadají nejmenší sporné množiny sylogistických formulí. Toto lemma budeme hojně využívat v naší snaze zbavit se nepřímého odvození, protože nám umožní sledovat, jak vypadala poslední bezesporná množina formulí, ze které se budeme pokoušet odvodit hledaný závěr přímo.

**Lemma 2.** *Množina formulí je* ANTILOGISMUS *tehdy a jen tehdy, když má více než jeden prvek a má jednu z následujících podob:*

*Ant1* $\{a\,[XY]\,, XoY\}$

*Ant2* $\{a\,[ZX]\,, a\,[ZY]\,, XeY\}$

*Ant3* $\{a\,[ZX]\,, a\,[WY]\,, ZiW$ *(případně WiZ)*$, XeY\}$

Ještě před samotný důkazem tohoto lemmatu upozorněme na to, že by zde mohly vzniknout i degenerované sylogistické formule tvaru $XoX$ a $XeX$, které do našeho systému nechceme připouštět, i když jsou triviálně nesplnitelné. To nám však nebude v následujícím postupu vadit, protože dále bude vždy jasné, že uvažované množiny formulí nejsou tohoto typu.

[20]Tato definice, stejně jako definice 11 a lemma 2 (znění i důkaz), je převzata ze Smilyeho článku [55].

*Důkaz.* ($\Rightarrow$) Nejprve ukážeme, že množina formulí nemůže splňovat definici *antilogismu*, pokud není tvaru *Ant1*, *Ant2*, nebo *Ant3*. Pokud tedy není množina $\Delta$ jednoho z výše uvedených tvarů, pak tento tvar nemá ani libovolná množina $\Delta^*$, která z ní může být odvozena substitucí. Nyní jsou dvě možnosti.

1. $\Delta^*$ obsahuje vlastní podmnožinu, která některou z těchto forem má. Protože je však evidentně každá z těchto forem nesplnitelná, nesplňuje $\Delta^*$ požadavek na to, aby každá její vlastní podmnožina už splnitelná byla.

2. Žádná z podmnožin $\Delta^*$ nemá formu *antilogismu*. Nyní se pokusíme ukázat, že množina $\Delta^*$ je splnitelná a že tak nesplňuje podmínku na to být *antilogismem*. Sestrojíme tedy model, jehož základními stavebními kameny budou všechna pojmová písmena, která se v množině $\Delta^*$ vyskytují. Na této množině pak uvažujme „ohodnocení“, které pojmovému písmenu $A$ přiřadí množinu $[A]$ obsahující všechna pojmová písmena $C$ taková, že $\Delta^*$ obsahuje a-řetězec tvaru $a\,[CA]$ a dvojice pojmových písmen $\{C, D\}$, pro která $\Delta^*$ obsahuje $CiD$ a $a\,[CA]$ (případně $a\,[DA]$).[21]

   Tyto množiny jsou neprázdné pro všechna pojmová písmena $X$, protože vždy obsahují alespoň tento term samotný, z důvodů existence prázdného a-řetězce $a\,[XX]$.[22] Uvažujme nyní, za jakých podmínek jsou pravdivé jednotlivé druhy základních sylogistických vět a tím ověříme, zda je námi definovaná struktura skutečně modelem množiny $\Delta^*$:

   (a) Pokud $AaB \in \Delta^*$, tak kdykoli $a\,[CA] \in \Delta^*$, pak $a\,[CB] \in \Delta^*$. Platí tedy $[A] \subseteq [B]$ a formule $AaB$ je při této interpretaci pravdivá.[23]

   (b) Formule $AeB$ může být nepravdivá jen tehdy pokud $[A] \cap [B] \neq \emptyset$, k čemuž může dojít jen tak, že buď pro nějaké $C$ platí $\{a\,[CA]\,, a\,[CB]\} \in \Delta^*$, případně pro nějaké $C$ a $D$ platí $\{CiD, a\,[CA]\,(\text{nebo } a\,[DA])\,, a\,[CB]\,(\text{nebo } a\,[DB])\} \in \Delta^*$. Pokud by zároveň platilo, že $AeB \in \Delta^*$, pak by $\Delta^*$, v rozporu s předpokladem, měla podmnožinu tvaru *Ant2* nebo *Ant3*. Z čehož plyne, že $AeB \in \Delta^*$ jen pokud je $AeB$ pravdivá.

---

[21]Zde s nám hodí to, že jsme povolili i „prázdné“ a-řetězce, protože jinak bychom museli definici upravit a zmínit explicitně případy tvaru $AiX$ a $CiX$.

[22]Případně bychom mohli definici upravit tak, že by každé pojmové $X$ písmeno automaticky náleželo do $[X]$.

[23]Ověření pro formule tvaru $XiY$ je totiž triviální.

(c) Platí-li, že $AiB \in \Delta^*$, pak $\{A, B\} \in [A]$ a $\{A, B\} \in [B]$ a $AiB$ bude pravdivá, protože $[A] \cap [B] \neq \emptyset$.

(d) Konečně pokud $AoB \in \Delta^*$, pak $a\,[AB] \notin \Delta^*$, neboť jinak by $\Delta^*$ obsahovala podmnožinu tvaru *Ant1*. Víme tedy, že $A \notin [B]$ a $A \in [A]$ a $AoB$ je pravdivá v námi definovaném modelu.

Každá formule z $\Delta^*$ je tedy v našem modelu pravdivá při tomto ohodnocení a $\Delta^*$ tak nesplňuje požadavek na to být *antilogismem*.[24]

($\Leftarrow$) nechť je množina $\Delta$ jednoho z uvedených tvarů, pak lze její prvky uspořádat tak, aby všechny termy byly spojeny jedním uzavřeným neprázdným řetězcem formulí. Konkrétně pro *Ant1* jsou konce a-řetězce a $a\,[AB]$ spojeny pomocí $AoB$.[25] Podobně pro *Ant2* jsou a-řetězce $a\,[CA]$ a $a\,[CB]$ spojeny přímo mezi sebou termem $C$, a na druhém „konci“ pomocí formule $AeB$. A konečně v *Ant3* jsou a-řetězce $a\,[CA]$ a $a\,[DB]$ spojeny na jednom konci pomocí formule $CiD$ (případně $DiC$) a na druhém pomocí $AeB$. Nyní můžeme získat množinu $\Delta^*$, kde se žádný term nevyskytuje více než dvakrát, protože můžeme postupovat z nějakého místa a případný opakovaný výskyt nějakého termu nahradit novým termem. Triviálně nyní nemůže nastat, aby libovolná vlastní podmnožina $\Delta^*$ byla tvaru *Ant1*–*Ant3*. Na základě úvah o ohodnocení v předchozím odstavci lze pro každou vlastní podmnožinu $\Delta^*$ ukázat, že je splnitelná. $\Delta^*$ naproti tomu splnitelná není a $\Delta$ z ní může být (zpětně) odvozena substitucí. Konečně pokud má $\Delta$ víc než jeden prvek, platí totéž i pro $\Delta^*$ a $\Delta^*$ splňuje všechny podmínky pro to, aby $\Delta$ byla *antilogismem*. $\square$

Nyní se pokusíme ukázat, že každý důkaz z konzistentní množiny předpokladů, ve kterém je použit nepřímý důkaz, lze nahradit důkazem přímým, za předpokladu povolení použití výše definované sady pravidel. Před samotnou větou a jejím důkazem však ještě uveďme, proč je důležitý požadavek na konzistenci množiny předpokladů. Používáme-li pouze přímý důkaz a námi specifikovanou sadu pravidel, pak neplatí diktum „ze sporu cokoli“,[26] které však, při použití nepřímého důkazu a povolení sporné množiny předpokladů, platí triviálně. Následující posloupnost je totiž korektním nepřímým důkazem, dle definice 7, libovolné formule $\lambda$ ze sporné množiny předpokladů $\{\alpha, \neg\alpha\}$: $\langle \alpha, \neg\alpha, \neg\lambda, \alpha, \neg\alpha \rangle$. Naším požadavkem pro možnost důkazu následující věty je, aby byla negace hledaného závěru, v

[24] To jest být nesplnitelná.

[25] Pokud by byl řetězec $a\,[AB]$ prázdný, pak máme k dispozici pouze jeden term $A$, který je sám se sebou triviálně spojen pomocí $AoA$.

[26] Srovnej str. 19.

nepřímém důkazu, skutečně použita. To jest, aby až její výskyt umožnil odvodit spornou dvojici formulí.
Strategie eliminace nepřímého důkazu pak bude probíhat následujícím způsobem. Víme, že množina předpokladů je bezesporná. Pokud nepřímo dokazujeme nějakou formuli, musí zde být učiněn krok, jehož výsledek bude s předpoklady a dříve odvozenými závěry tvořit spornou množinu. V tomto kroku pak musela být použita buď negace hledaného závěru, případně nějaká formule, která z něj již dříve byla odvozena. Výsledná množina pak musí obsahovat podmnožinu, která bude splňovat požadavky na to být *antilogismem* podle definice 9. Na základě toho, jak tento *antilogismus* vznikl a jaký může mít tvar, ukážeme, jak bylo možno odvodit hledaný závěr přímo.
Upozorněme ještě nejprve, že triviálně platí i implikace na druhou stranu, totiž, že každý přímý důkaz lze převést na nepřímý.

**Věta 2.**

$$\Gamma \vdash \gamma \Rightarrow \Gamma \vdash_{ind} \gamma$$

*Důkaz.* Mějme přímý důkaz formule $\gamma$ z množiny $\Gamma$ tvaru: $\langle \Gamma^*, \varphi_1 \ldots \varphi_n, \gamma \rangle$, přičemž $\Gamma^* \subseteq \Gamma$, pak nepřímý důkaz stejné formule bude mít následující tvar: $\langle \Gamma^*, \neg\gamma, \varphi_1 \ldots \varphi_n, \gamma, \neg\gamma \rangle$. □

**Věta 3.** *Nechť $\Gamma$ je bezesporná množina předpokladů a $\gamma$ závěr dokázaný pomocí nepřímého důkazu z množiny $\Gamma$, pak existuje přímý důkaz formule $\gamma$ ze stejné množiny předpokladů $\Gamma$.*
*Nebo formálně:*

$$\Gamma \vdash_{ind} \gamma \Rightarrow \Gamma \vdash \gamma$$

Důkaz Věty 3 složíme z důkazů několika lemmat, kdy budeme pro každou ze základních formulí dokazovat možnost převodu jejího nepřímého důkazu na důkaz přímý. Z těchto lemmat pak naše věta ihned plyne.
V dalším postupu budeme často používat PŘÍMOU EXTENZI množiny $\Gamma$, kterou budeme značit $\Gamma^*$. Tato množina bude obsahovat celou množinu $\Gamma$ a zároveň všechny důsledky, které byly až do daného kroku důkazu získány přímo a bez použití negace hledaného závěru. Triviálně můžeme dále převést jakýkoli (a tedy i původní) nepřímý důkaz do takové posloupnosti, kde na začátku budou pouze závěry dokázané bez použití negace hledaného závěru a až poté budou následovat všechna odvození, v nichž byla buď použita negace hledaného závěru či nějaký důsledek z těchto odvození. Jinými slovy se množina

$\Gamma^*$ od určitého kroku již nebude dále rozšiřovat a naším úkolem bude ukázat, že již tato množina obsahuje vše potřebné pro přímý důkaz hledaného závěru.
Než začneme s důkazy lemmat pro jednotlivé základní sylogistické formule uveďme ještě lemma, které ospravedlní následující postup. Dále totiž budeme vždy předpokládat, že negace závěru, respektive nějaký závěr odvozený za použití této negace, je v sylogismech použit vždy společně s premisou, která leží v množině $\Gamma^*$. Pokud by tomu tak nebylo, ani jedno z následujících lemmat by obecně neplatilo.

**Lemma 3.** *Pro každý nepřímý důkaz platí, že:*
Buď *v každém sylogistickém kroku (tj. krok, kde je použit nějaký sylogismus z námi zvolené báze), který je v tomto nepřímém důkaze učiněn po posledním kroku rozšiřujícím* $\Gamma^*$, *je právě jedna premisa z množiny* $\Gamma^*$, nebo *existuje kratší nepřímý důkaz stejné formule, který tuto vlastnost má.*

Pro pravidla obratu toto lemma nemá smysl, protože zde je vždy pouze jedna premisa a ta musí být buď samotnou negací závěru, případně nějakým jejím deduktivním důsledkem, z nich žádný neleží v množině $\Gamma^*$. Dále je jasné, že premisy sylogismu nemůžou být obě z $\Gamma^*$, protože pak by i závěr patřil do $\Gamma^*$. My však předpokládáme, že se $\Gamma^*$ již nerozšiřuje. Zároveň ještě před samotným důkazem poznamenejme, že toto lemma je předzvěst toho, co bude následovat. Nepříliš komplikované, ale nutné úvahy, které nás krok po kroku dovedou ke kýženému cíli. Na této cestě však budeme nuceni projít mnoha kombinacemi a u každé z nich provádět analogické úvahy.

*Důkaz.* To, proč musíme uvažovat i variantu existence kratšího důkazu, bude zřejmé za chvíli, ale již teď poznamenejme, že tato varianta přijde na pořad při úvahách pro negaci závěru tvaru $XaY$, kdy opravdu budou existovat nepřímé důkazy, v jejichž odvození se vyskytne sylogismus, jehož obě premisy jsou mimo množinu $\Gamma^*$. V tomto případě však ukážeme, že existuje nepřímý důkaz, který odvození tohoto druhu nepoužívá, je založen na původním důkaze a dokazuje přesně totéž.
Pokud je negace závěru negativní formule — tj. tvaru $XeY$, nebo $XoY$, pak prohlédnutím pravidel naší báze vidíme, že žádný důsledek, který má v premisách negativní formuli, není pozitivní a zároveň, že žádný sylogismus nemá dvě negativní premisy.[27]
Konkrétněji můžeme postupovat takto: Nechť je negace závěru nejprve tvaru $XoY$. Na částečně negativní formuli není možné použít žádné pravidlo obratu, a tak nám zbývají pouze sylogismy *Baroco* a *Bocardo*. V nich však musíme použít obecně kladnou větu z

[27]To odpovídá klasickému diktu, které říká, že *ze dvou záporných premis nic neplyne.*

množiny $\Gamma^*$ a získáme opět „pouze“ částečně negativní formuli. Každý sylogistický krok tak vyžaduje použití obecně kladné věty z $\Gamma^*$ a jsme hotovi. Případ, kdy je negace závěru tvaru $XeY$ není o mnoho komplikovanější. Z této formule sice můžeme pravidly obratu získat formule tvaru $YeX$, $XoY$ a $YoX$,[28] avšak žádnou z těchto negativních formulí nelze použít dohromady v sylogismech z naší báze. Všechny sylogismy, mající negativní formuli ve svých premisách, totiž *Celarent*, *Ferio*, *Baroco* a *Bocardo*, vyžadují jako druhou premisu pozitivní formuli, která musí nutně ležet v množině $\Gamma^*$.

Pro negaci závěru tvaru $XeY$ respektive $XoY$ je tedy zřejmé, že alespoň jedna premisa libovolného sylogistického kroku, který je učiněn po posledním kroku rozšiřujícím $\Gamma^*$, musí ležet v množině $\Gamma^*$. Zbývá tedy ověření pro případ, že negace závěru je pozitivní formule — tj. tvaru $XaY$, nebo $XiY$.

Uvažujme nejprve, že je negace závěru tvaru $XiY$. Pokud je použita v sylogismu, pak je to buď *Darii* nebo *Ferio*. Oba případy jsou však snadné. První nás vede k další částečně pozitivní formuli a ta s formulí $XiY$ žádný závěr netvoří. V případě vzniku částečně negativní formule pomocí sylogismu *Ferio* jsme hotovi ihned, protože tato negativní formule, spolu s $XiY$ žádný sylogismus netvoří,[29] a částečně negativní formule nás tak dostává do již výše zdůvodněné části, protože z ní již neodvodíme jinou než částečně negativní formuli a to vždy nutně za použití obecně kladné věty z množiny $\Gamma^*$. Případ, kdy by na částečně negativní větu byl použit obrat *I-con*, na věci nic nemění.

Poslední, nejkomplikovanější, případ je, že negace závěru má tvar $XaY$. Tento případ se od předchozích odlišuje tím, že opravdu mohou existovat nepřímé důkazy, které v sobě obsahují sylogistický krok tvaru $\alpha, \beta \vdash \gamma$ takový, že $\alpha, \beta \notin \Gamma^*$. V tomto případě však ukážeme, jak lze daný důkaz zkrátit tak, aby tento krok použit nebyl. V dalším postupu uvažujme v daném nepřímém důkaze první takový krok, kde byly použity obě premisy mimo množinu $\Gamma^*$. To je důležité proto, že bude naprosto zásadní sledovat, jaké formule vstupují do daného odvození z množiny $\Gamma^*$, protože na jejich základě budeme ukazovat ony důkazové „zkratky“.

Uvažujme nejprve případ, kdy je formule $XaY$ přímo použitá v sylogismu s oběma premisami mimo $\Gamma^*$. To znamená, že i druhá formule má svůj „původ“ v této formuli. Postupně probereme všechny možnosti, kde se formule $XaY$ může vyskytnout a explicitně ukážeme, jak převést daný důkaz na námi hledaný typ:

---

[28] $XoY$ získáme až po dvou krocích po použití *E-con*, které dá $YeX$, a *E-sub*.

[29] A zde můžeme poukázat na diktum *alespoň jedna premisa sylogismu musí být obecná*, což jsme mohli i v předchozím případě — totiž po použití sylogismu *Darii*.

- *Barbara* ($XaY$ vyšší premisa) $XaY, ZaX \vdash ZaY$: Formule $ZaX \notin \Gamma^*$ mohla vzniknout pouze použitím sylogismu *Barbara*, které muselo vypadat jako $WaX, ZaW \vdash ZaX$, přičemž předpokládáme, že $ZaX$ vznikla aktivním přispěním formule $XaY$.

  Protože jsme výše uvedli podmínku, že $XaY, ZaX \vdash ZaY$ je první krok, který použil obě premisy nenáležející do $\Gamma^*$, předpokládejme nejprve, že $WaX \notin \Gamma^*$ a $ZaW \in \Gamma^*$. $WaX$ pak mohla nejkratší cestou, za přispění $XaY$ vzniknou takto:

  (2.6.1) $\qquad XaY, VaX \vdash VaY \qquad VaX \in \Gamma^*$

  (2.6.2) $\qquad YaX, VaY \vdash VaX \qquad YaX \in \Gamma^*$

  (2.6.3) $\qquad VaX, WaV \vdash WaX \qquad WaV \in \Gamma^*$

  Jak vidíme, je řádek (2.6.2) redundantní, protože formule $VaX$, která je jejím závěrem se již nachází v množině $\Gamma$. To je však osud jakéhokoli odvození, které se pokouší získat za pomoci formule $XaY$ nějaký závěr, kde je $X$ predikátem kladné obecné věty. Tyto kroky však byly důležité, protože ukazují, že existovalo odvození závěru $WaX$, které používalo pouze premisy z $\Gamma^*$, totiž: $WaV, VaX \vdash WaX$. Nic by se nezměnilo ani tehdy, pokud by řádek (2.6.3) musel být nahrazen nějakým opakovaným použitím sylogismu *Barbara*, který by spojoval pojmová písmena $X$ a $W$.

  Zbývá druhý případ, totiž, že $WaX \in \Gamma^*$ a $ZaW \notin \Gamma^*$. $ZaW$ pak mohla nejkratší cestou, za přispění $XaY$ vzniknou takto:

  (2.6.4) $\qquad XaY, ZaX \vdash ZaY \qquad ZaX \in \Gamma^*$

  (2.6.5) $\qquad YaW, ZaY \vdash ZaW \qquad YaW \in \Gamma^*$

  Vidíme, že již na řádku (2.6.4) jsme nuceni předpokládat, že formule $ZaX$ leží v $\Gamma^*$. To by mohlo působit jako svévole, ale není tomu tak. Pokud má formule $XaY$ aktivně přispět ke vzniku formule $ZaW$, pak zde musí být a-řetězce $a\,[ZX]$ a $a\,[YW]$, které oba náležejí do $\Gamma^*$. Z existence řetězce $a\,[ZX]$, pak opakovanou aplikací sylogismu *Barbara* získáme hledaný závěr $ZaX \in \Gamma^*$.

  Kroky, které jsme ukázali, tak byly legitimní, avšak zbytečné. Jejich vynechání, a tedy zkrácení nepřímého důkazu formule $XoY$, nezpůsobí žádné škody, ale odstraní případné sylogistické odvození, které mělo obě premisy mimo $\Gamma^*$.

- *Barbara* ($XaY$ nižší premisa) $YaZ, XaY \vdash XaZ$: $YaZ$ mohla vzniknou opět pouze pomocí sylogismu *Barbara* tvaru $VaZ, YaV \vdash YaZ$ a situace je podobná předchozímu kroku. Ukažme nyní nejkratší odvození $YaZ$ za použití $XaY$. Nejprve nechť

$VaZ \in \Gamma^*$ a $YaV \notin \Gamma^*$:

$$YaR, XaY \vdash XaR \qquad YaR \in \Gamma^*$$
$$XaR, YaX \vdash YaR \qquad YaX \in \Gamma^*$$
$$RaV, YaR \vdash YaV \qquad RaV \in \Gamma^*$$

Druhý řádek uvedeného odvození je opět redundantní, protože dokazuje formuli $YaR$ náležející množině $\Gamma^*$. Zároveň vidíme i triviální odvození formule $YaV$ pomocí premis z $\Gamma^*$.

Druhý případ, kdy $VaZ \notin \Gamma^*$ a $YaV \in \Gamma^*$, je analogický předchozímu bodu. Zde by odvození formule $VaZ$ pomocí $XaY$ muselo v nejkratším případě vypadat jako:

$$XaY, VaX \vdash VaY \qquad VaX \in \Gamma^*$$
$$YaZ, VaY \vdash VaZ \qquad YaZ \in \Gamma^*$$

Ale hned vidíme, že zde vyžadujeme příslušnost formule $YaZ$ do množiny $\Gamma^*$, a tak jsme i pro tento případ hotovi.

- *Celarent* $YeZ, XaY \vdash XeZ$: Pokud předpokládáme, že formule $YeZ$ leží mimo $\Gamma^*$, pak musela vzniknout pomocí sylogismu *Celarent* tvaru $ReZ, YaR \vdash YeZ$.[30] I zde máme dvě možnosti podle toho, která z premis leží v $\Gamma^*$.

  Nechť nejprve $ReZ \in \Gamma^*$ a $YaR \notin \Gamma^*$, pak $YaR$ bude za použití $XaY$ vznikat stejně jako v předchozích případech pro sylogismus *Barbara* redundantním způsobem.[31]

  Druhý případ, kdy $ReZ \notin \Gamma^*$ a $YaR \in \Gamma^*$, tedy vyžaduje, aby k odvození $ReZ$ aktivně přispěla formule $XaY$. Podívejme se tedy, jak mohlo toto odvození vypadat: $ReZ$ mohla vzniknout jen použitím sylogismu *Celarent* tvaru $VeZ, RaV \vdash ReZ$.[32] Pouze jedna z těchto premis mohla být odvozena pomocí $XaY$. Předpokládejme, že to je formule $RaV$.[33] Odvození $RaV$ pomocí $XaY$, pak opět vyžaduje existenci a-řetězců tvaru $a\,[RX]$ a $a\,[YV]$, které oba leží v $\Gamma^*$. Z druhého však snadno odvodíme formuli $YaV$, která spolu s $VeZ \in \Gamma^*$ dává odvození $YeZ$, bez použití

[30] Případně ještě za použití pravidla *E-con* na výsledek *Celarentu* s prohozenými termy (tj. $ReY, ZaR \vdash ZeY$), ale zde by byl postup zcela analogický.

[31] Viz strana 33. Všimněme si zároveň, že případ, kdy by střední termín byl $X$, by nic nezkazil, zde by redundance byla ještě výraznější.

[32] Opět poukazujeme, že užití *E-con* by na věci nic zásadního neměnilo.

[33] $VeZ$ nás totiž pouze dostává „do cyklu“, který někdy — z konečnosti každého důkazu — musí vynutit odvozování obecně kladné formule pomocí $XaY$.

$XaY$. Případy, kdy by střední termín byl $X$,[34] respektive $Y$, již (také) umíme řešit z předchozích bodů.

- *Darii* $XaY, ZiX \vdash ZiY$: V tomto případě nás zajímá několik případů. Chceme, aby formule $ZiX$ vznikla za aktivního přispění formule $XaY$ a zároveň vidíme, že $ZiX$ mohla vzniknout buď pomocí sylogismu *Darii*, nebo pomocí jednoho z konverzních pravidel *I-con* či *A-sub*. Případy, kdy bylo nakonec použito nějaké konverzí pravidlo, však nejsou nijak zajímavé. Pokud totiž došlo k použití pravidla *A-sub*, pak se dostáváme k řešení případu obecně kladné věty, kterou už řešit umíme a pravidlo *I-con* nám pouze prohodí termíny, takže úvahy jsou zcela analogické případu použití sylogismu *Darii*. Byla-li tedy formule $ZiX$ odvozena pomocí *Darii*, pak mělo odvození podobu: $VaX, ZiV \vdash ZiX$. Ale i v tomto případě jsme nyní hotovi, protože zde opět máme již známou úvahu. Pokud platí, že $VaX \notin \Gamma^*$ a $ZiV \in \Gamma^*$, pak již z předchozího víme, jak tuto obecnou větu odvodit. Druhý případ, totiž, že $VaX \in \Gamma^*$ a $ZiV \notin \Gamma^*$, nám nic zajímavého nepřináší, protože zde, poukazem na konečnost každého důkazu, můžeme tvrdit, že nakonec opět budeme řešit případ vzniku nějaké obecně kladné věty za pomocí $XaY$ a redukce důkazu bude probíhat známým způsobem.

- *Baroco* $XaY, ZoY \vdash ZoX$: Nechť tedy $ZoY$ vniklo za přispění $XaY$. Pokud nakonec vniklo $ZoY$ z obecně záporné formule tvaru $ZeX$, či $XeZ$, můžeme odkázat na výše uvedené. Věnujme se pak případ, že $ZoY$ vznikla za použití sylogismu *Baroco*, případně *Bocardo*. U obou případů budeme mít opět dvě možnosti, podle toho, která z premis leží v $\Gamma^*$.

  Použití *Baroco* pak vypadalo jako $YaR, ZoR \vdash ZoY$. Pokud $YaR \notin \Gamma^*$ a $ZoR \in \Gamma^*$, pak je odvození $YaR$ za použití $XaY$ opět redundantní podle výše uvedeného argumentu.[35] Druhý případ, kdy $YaR \in \Gamma^*$ a $ZoR \notin \Gamma^*$ budeme umět vyřešit „standardním“ poukazem na konečnost důkazu a finální nutnost použití již známého případu hned, jak ukážeme postup při použití sylogismu *Bocardo*.

  Sylogismus *Bocardo* pak, pro vznik formule $ZoY$, musel vypadat jako $RoY, RaZ \vdash ZoY$. Nechť nejprve $RoY \in \Gamma^*$ a $RaZ \notin \Gamma^*$. V tomto případě dojde k odlišné situaci od předchozích, protože k odvození formule $RaZ$ za použití $XaY$ by do $\Gamma^*$ náležely a-řetězce $a\,[RX]$ a $a\,[YZ]$. Avšak v tomto případě bychom získali opakovanou apli-

[34] Totiž v sylogismu: $\ldots eZ, Ra \ldots \vdash ReZ$

[35] Viz strana 33 pro případ *Barbara* - $XaY$ nižší premisa.

kací *Barbary* na prvky a-řetězce $a\,[RX]$ formuli $RaX$ a následně, dalším použitím *Barbary* na tuto formuli a na negaci závěru $XaY$, obdržíme $RaY$, která je však negací formule $RoY$, o níž jsme předpokládali, že leží v $\Gamma^*$. To znamená, že zde máme kratší nepřímý důkaz, který již splňuje podmínku, že každé použití sylogistického pravidla, které nerozšiřuje $\Gamma^*$, má právě jednu premisu z $\Gamma^*$.

Druhý případ pro *Bocardo* je, že $RoY \notin \Gamma^*$ a $RaZ \in \Gamma^*$. Tento případ však již můžeme, spolu s variantou $YaR \in \Gamma^*$ a $ZoR \notin \Gamma^*$ z předposledního odstavce, zdůvodnit tím, že se zde dostáváme opět do cyklu, který však bude nutně ukončen a převeden na již známý případ — tj. buď nějaké obecně kladné, nebo obecně záporné formule.

V tomto bodě tak byl opravdu zajímavý pouze krok, který nám explicitně ukázal zkrácení nepřímého důkazu pomocí poukázání na vznik kontradiktorických formulí.

- *Bocardo* $XoZ, XaY \vdash YoZ$: Poslední případ, který zbývá v této části uvážit je sylogismus *Bocardo*. Opět zde máme otázku, jakým způsobem mohla vzniknout formule $XoZ$ za přispění formule $XaY$? Odvození, které na konci používá nějaké konverzní pravidlo na obecně negativní větu, je již prověřeno výše a nám tak zbývají dvě možnosti, kdy byla formule $XoZ$ odvozena pomocí sylogismu *Baroco* či *Bocardo*.

  Uvažujme nejprve, že to byl sylogismus *Baroco*. Odvození pak mělo tvar $ZaR, XoR \vdash XoZ$ přičemž nás zajímá varianta , kdy $ZaR \notin \Gamma^*$ a $XoR \in \Gamma^*$. Zde však opět získáme triviálně kratší nepřímý důkaz, který již má hledanou vlastnost. Odvození formule $ZaR$ za použití $XaY$ vyžaduje existenci a-řetězce tvaru $a\,[YR] \in \Gamma^*$, ze kterého odvodíme formuli $YaR$, která spolu s $XaY$ dá vzniku formule $XaR$. V $\Gamma^*$ však dle předpokladu leží $XoR$, a tak získáváme kratší nepřímý důkaz splňující podmínku, že žádné sylogistické odvození nemá obě premisy mimo množinu $\Gamma^*$.

  Ověřme ještě případ, že formule $XoZ$ vznikla použitím sylogismu *Bocardo* tvaru $RoZ, RaX \vdash XoZ$, přičemž předpokládejme, že $RaX \notin \Gamma^*$ a $RoZ \in \Gamma^*$. Tento případ jsme však již vyřešili na straně 32 pro sylogismus *Barbara* s $XaY$ branou na pozici vyšší premisy.

  Oba případy, kdy částečně negativní formule byla ta, která nenáležela do $\Gamma^*$, jsou opět zdůvodnitelné skrze opakované, avšak konečné používání týchž pravidel, které si nakonec vynutí převod na již známý případ.

Ve výše uvedeném jsme ukázali platnost lemma pro případ, že dané odvození, které používalo obě premisy mimo množinu $\Gamma^*$, mělo jako jednu ze svých premis přímo $XaY$. Nyní zbývá zdůvodnit, že na tomto faktu nezáleží. Bude-li tedy ona obecně kladná věta odlišná od $XaY$ a zároveň odvoditelná z $XaY$, pak musí mít jednu z následujících podob: $RaV$, $RaX$, $RaY$, $XaV$, nebo $YaV$. Případy, kde je $X$ predikát ($RaX$), případně $Y$ subjekt ($YaV$), jsou triviální, protože jsme již výše na straně 32 ukázali, že se zde jedná o skutečně redundantní použití formule $XaY$. Zbývající tři varianty můžeme bez újmy na obecnosti převést na případ uvedený jako první — tedy $RaV$. Víme již, že pro odvození formule $RaV$ za použití $XaY$, musí do $\Gamma^*$ patřit a-řetězce $a\,[RX]$ a $a\,[YV]$, což budeme v následujícím postupu bez zmínky využívat. Nyní probereme opět všechny sylogismy z naší báze a ukážeme, jak lze daný nepřímý důkaz zkrátit a obejít se bez odvození používající obě premisy mimo množinu $\Gamma^*$.

- *Barbara* ($RaV$ vyšší premisa) $RaV, ZaR \vdash ZaV$: Tvrdíme-li, že formule $ZaR$ leží také mimo $\Gamma^*$, pak její odvození, nutně pomocí sylogismů *Barbara*, vyžaduje, aby do množiny $\Gamma^*$ náležely též a-řetězce tvaru $a\,[ZX]$ a $a\,[YR]$. To však znamená, že odvození pomocí $RaV$ bylo zbytečné, protože $a\,[ZX] \in \Gamma^*$ dává $ZaX$, $a\,[YV] \in \Gamma*$ pak $YaV$ a použijeme-li nejprve $XaY$ spolu s $ZaX$ získáme formuli $ZaY$, která spolu s $YaV$ dá výslednou formuli $ZaV$ a pouze jedna z formulí ($ZaY$) tohoto odvození neleží v $\Gamma^*$. Splnili jsme tak *nebo* část věty.

- *Barbara* ($RaV$ nižší premisa) $VaZ, RaV \vdash RaZ$: I zde lze ukázat takové odvození formule $RaZ$, že pouze jedna premisa nenáleží do $\Gamma^*$. Aby totiž formule $VaZ$ vznikla za použití $XaY$, znamená to, že $\{a\,[VX]\,, a\,[YZ]\} \in \Gamma^*$. Avšak z toho, že $a\,[RX] \in \Gamma^*$ dostáváme $RaX$, bez použití $XaY$ a dále použijeme jednou $XaY$ v sylogismu *Barbara* spolu s $YaZ$, čímž získáme formuli $XaZ$, která nám již, spolu s formulí $RaX$, dá hledanou formuli $RaZ$. Opět jsme tedy ukázali platnost *nebo* části dokazované věty.

- *Celarent* $VeZ, RaV \vdash ReZ$: Ukážeme alternativu tohoto odvození jen pro jeden krok do hloubky, protože jinak by se postupovalo zcela analogicky. Předpokládáme-li tedy, že i $VeZ \notin \Gamma^*$, pak to znamená, že tato formule byla odvozena pomocí sylogismu *Celarent* tvaru $QeZ, VaQ \vdash VeZ$. Nechť tedy $QeZ \in \Gamma^*$ a $VaQ \notin \Gamma^*$, pak $\{a\,[VX]\,, a\,[YQ]\} \in \Gamma^*$. Nyní můžeme z $a\,[YQ]$ a $QeZ$ odvodit pomocí sylogismů *Barbara* a *Celarent* formuli $YeZ \in \Gamma^*$. Zbývá ukázat, jak odvodit formuli $RaY$, abychom z těchto dvou premis získali hledaný závěr $ReZ$. To je však snadné, protože máme $a\,[RX] \in \Gamma^*$ a z tohoto řetězce získáváme formuli $RaX \in \Gamma^*$, která, spolu s negací závěru $XaY$, dává hledanou formuli $RaY \notin \Gamma^*$ přičemž to, že nenáleží do $\Gamma^*$ nám již nevadí.

- *Darii* $RaV, ZiR \vdash ZiV$: Opět řešíme pouze jeden „zajímavý“ případ. Tak nechť je formule $ZiR$ odvozena pomocí sylogismu *Darii* za aktivního přispění formule $XaY$. Odvození mělo tvar $QaR, ZiQ \vdash ZiR$ a bez újmy na obecnosti předpokládejme, že $ZiQ \in \Gamma^*$. Odvození $QaR$ pak vynutí $\{a\,[QX]\,, a\,[YR]\} \in \Gamma^*$, z čehož (mimo jiné) dostáváme formuli $QaX$ a dále po použití sylogismu *Barbara* na tuto formuli a formuli $XaY$ dostaneme $QaY$. $QaY$ spolu s $ZiQ$ dává pomocí sylogismu *Darii* formuli $ZiY$ a ta, spolu s formulí $YaV$, kterou získáme z řetězce $a\,[YV] \in \Gamma^*$, dokazuje hledaný závěr $ZiV$ a to za použití pouze jedné premisy mimo množinu $\Gamma^*$.

- *Baroco* $RaV, ZoV \vdash ZoR$: Zde budeme muset uvažovat dvě větve, které se liší způsobem, jak byla získána formule $ZoV$. Nechť to nejprve bylo opět použitím sylogismu *Baroco*, které vypadalo jako $VaQ, ZoQ \vdash ZoV$, přičemž předpokládejme, že $ZoQ \in \Gamma^*$ a $VaQ \notin \Gamma^*$. V tento moment jsme však již skoro hotovi, protože z $RaV$ a $VaQ$ získáváme použitím *Barbary* formuli $RaQ$, která spolu s formulí $ZoQ$, o které víme, že leží v $\Gamma^*$, dává sylogismem *Baroco* hledaný závěr $ZoR$, přičemž pouze jedna ze vstupních formulí neleží v $\Gamma^*$. Případ, kdy $ZoQ \notin \Gamma^*$ a $VaQ \in \Gamma^*$ nás opět „cyklí“, a tak si musíme počkat, jak dopadne druhá větev, totiž ta, kdy formule $ZoV$ vznikla použitím sylogismu *Bocardo*.

  Nechť tedy formule $ZoV$ vznikla použitím sylogismu *Bocardo*, které muselo mít tvar $QoV, QaZ \vdash ZoV$. Platí-li, že $QoV \in \Gamma^*$ a $QaZ \notin \Gamma^*$, pak se snadno ukáže, že za těchto předpokladů lze nepřímý důkaz ukončit již nyní. Z $QaZ \notin \Gamma^*$ víme, že $\{a\,[QX]\,, a\,[YZ]\} \in \Gamma^*$ a dále opakovaným užitím sylogismu *Barbara* dostáváme postupně formule $QaX$, $QaY$, $YaV$ a konečně formuli $QaV$, která je negací formule $QoV$, o které předpokládáme, že leží v $\Gamma^*$. Případ, kdy $QoV \notin \Gamma^*$ a $QaZ \in \Gamma^*$ způsobuje jen krok do hloubky, a tak nakonec budeme nuceni, z konečnosti každého důkazu, řešit případ, který již umíme.

- *Bocardo* $RoZ, RaV \vdash VoZ$: Poslední případ, který nám zbývá vyřešit je pro sylogismus *Bocardo*. Uvažujme tedy, jak vypadalo odvození formule $RoZ$. Byla-li tato formule odvozena opět sylogismem *Bocardo* vypadalo toto odvození jako $QoZ, QaR \vdash RoZ$, nechť $QoZ \in \Gamma^*$ a $QaR \notin \Gamma^*$, pak můžeme $VoZ$ odvodit, pomocí pouze jedné formule ležící mimo $\Gamma^*$, takto: $RaX, QaR \vdash QaX$; $XaY, QaX \vdash QaY$; $YaV, QaY \vdash QaV$ a konečně pomocí sylogismu *Bocardo* tvaru $QoZ, QaV \vdash VoZ$ získáváme hledaný závěr $VoZ$.

  Byla-li formule $RoZ$ odvozena pomocí sylogismu *Baroco*, mělo toto odvození tvar

$ZaQ, RoQ \vdash RoZ$. Případ, kdy $RoQ \in \Gamma^*$ a $ZaQ \notin \Gamma^*$, nás opět vede ke kratšímu nepřímému důkazu, protože již nyní máme dostatečný materiál k odvození sporu. Pomocí formulí (respektive formulí odvoditelných v rámci $\Gamma^*$) $\{RaX, YaQ\} \in \Gamma^*$ a formule $XaY$, totiž získáme formuli $RaQ$, která je negací formule $RoQ \in \Gamma^*$.

Případy, kdy částečně negativní formule nepatřila do $\Gamma^*$, pak můžeme v obou větvích vyřešit opět poukazem na to, že konečnost důkazu nakonec vynutí, abychom řešili již známý typ odvození. A to buď s nějakou obecně kladnou formulí či s obecně zápornou.

□

Nyní již tedy máme oprávnění předpokládat a plně využívat fakt, že existuje nepřímý důkaz, který neobsahuje sylogistické odvození, jehož obě premisy by ležely mimo $\Gamma^*$. Můžeme se tedy pustit do úvah pro jednotlivé dokazované závěry.

**Lemma 4.** *Nechť $\Gamma$ je bezesporná množina předpokladů a $AaB$ závěr dokázaný pomocí nepřímého důkazu z množiny $\Gamma$, pak existuje přímý důkaz formule $AaB$ ze stejné množiny předpokladů $\Gamma$.*

*Důkaz.* Mějme nepřímý důkaz formule tvaru $AaB$ z množiny předpokladů $\Gamma$. To znamená, že se v nějakém kroku použije nějaké z pravidel na negaci dokazované formule, to jest na formuli $AoB$.[36] Situace je o to jednodušší, že částečná záporná věta neumožňuje žádnou konverzi, takže víme, že bude použita určitě v této formě, a to v nějakém sylogismu.[37] Prohlédneme-li si pravidla naší báze vidíme, že pouze sylogismy *Baroco* a *Bocardo* mají ve svých předpokladech částečnou negativní větu. Budeme nyní uvažovat oba případy. Formule, které mohou být použity v přímém důkazu, budeme zapisovat tučným písmem. Nejprve sledujme, jakým způsobem jsme došli ke sporu, pokud byl na negaci závěru použit sylogismus *Baroco*.

(2.6.6) $\quad \mathbf{Z_1aB}, AoB \vdash AoZ_1 \quad$ kde $Z_1aB \in \Gamma^*$

Jediná varianta *antilogismu*, která obsahuje částečně negativní formuli, je *Ant1*. Víme tedy, že v naší množině $\Gamma^*$ je a-řetězec spojující termy $A$ a $Z_1$. A v tomto případě dokonce

[36] Pokud by totiž vznikla sporná množina bez použití nějakého pravidla na negaci závěru, pak by to znamenalo, že již v tento moment máme v množině $\Gamma^*$ přímo hledaný závěr a důkaz by byl u konce.

[37] I když ani u dalších lemmat nebude toto zásadní problém. Ukáže se, že opravdu důležité jsou pouze sylogismy.

víme, že tento a-řetězec je netriviální.

(2.6.7) $\mathbf{a}\,[\mathbf{AZ_1}] \vdash \mathbf{AaZ_1}$ Opakované použití sylogismu Barbara

A nyní již můžeme, za použití předpokladu $Z_1aB$ z množiny $\Gamma^*$ a $AaZ_1$ z předchozího kroku, odvodit hledaný závěr $AaB$ přímo pomocí sylogismu *Barbara*.

(2.6.8) $Z_1aB, AaZ_1 \vdash AaB$ *Barbara*

Máme tedy k dispozici přímý důkaz hledané formule $AaB$.
V případě použití negace hledaného závěru v sylogismu *Bocardo* je situace analogická a důkaz postupuje následujícím způsobem:

(2.6.9) $AoB, \mathbf{AaZ_2} \vdash Z_2oB$ kde $AaZ_2 \in \Gamma^*$

(2.6.10) $\mathbf{a}\,[\mathbf{Z_2B}] \vdash \mathbf{Z_2aB}$ *Ant1* a opakovaně *Barbara*

(2.6.11) $Z_2aB, AaZ_2 \vdash AaB$ *Barbara*

Pokud by prvním použitím formule $AoB$ nedošlo ke vzniku *antilogismu*, pak získáme další částečně negativní věty, konkrétně $AoZ_1$ v prvním a $Z_2oB$ v druhém případě, které však nepatří do množiny $\Gamma^*$. Tyto dva závěry tak nelze použít v případném přímém důkazu, ale nyní budeme schopni ukázat, jak by postupoval převod důkazu i za předpokladu, že by *antilogismus* vznikl v pozdějším kroku. Předpokládejme totiž, že by množina $\Gamma^*$ neobsahovala řetězec $a\,[AZ_1]$ pro $Z_1$ různé od $A$ respektive řetězec tvaru $a\,[Z_2B]$ pro $Z_2$ různé od $B$. V tom případě by ke vzniku *antilogismu* muselo dojít v nějakém dalším kroku, a to již bez použití předpokladu $AoB$. Zároveň však víme, že ke vzniku *antilogismu* musí dojít „aktivním“ přispěním negace závěru. Nyní to tedy znamená, že pokud by ke vzniku *antilogismu* došlo, pak jen a pouze za použití částečně negativní formule, kterou jsme získali použitím sylogismu *Baroco*, respektive *Bocardo* v předchozí úvaze.
Nechť nejprve k vzniku *antilogismu* dojde při použití formule $AoZ_1$. Opět zde dostáváme dvě možnosti, jak mohl být tento předpoklad použit.

(2.6.12) $\mathbf{Z_3aZ_1}, AoZ_1 \vdash AoZ_3$ pomocí *Baroco* a $Z_3aZ_1 \in \Gamma^*$

(2.6.13) $\mathbf{a}\,[\mathbf{AZ_3}] \vdash \mathbf{AaZ_3}$ z *Ant1* a opakovaně *Barbara*

(2.6.14) $Z_3aZ_1, AaZ_3 \vdash AaZ_1$ *Barbara*

(2.6.15) $Z_1aB, AaZ_1 \vdash AaB$ *Barbara* a $Z_1aB \in \Gamma^*$

$$AoZ_1, \mathbf{AaZ_3} \vdash Z_3oZ_1 \quad \text{pomocí } \textit{Bocardo} \text{ a } AaZ_3 \in \Gamma^* \tag{2.6.16}$$

$$\mathbf{a}\,[\mathbf{Z_3Z_1}] \vdash \mathbf{Z_3aZ_1} \quad \text{z } \textit{Ant1} \text{ a opakovaně } \textit{Barbara} \tag{2.6.17}$$

$$Z_3aZ_1, AaZ_2 \vdash AaZ_1 \quad \textit{Barbara} \tag{2.6.18}$$

$$Z_1aB, AaZ_1 \vdash AaB \quad \textit{Barbara} \text{ a } Z_1aB \in \Gamma^* \tag{2.6.19}$$

V případě, že by byla použita formule $Z_2oB$, bychom měli následující možnosti.

$$\mathbf{Z_4aB}, Z_2oB \vdash Z_2oZ_4 \quad \text{pomocí } \textit{Baroco} \text{ a } Z_4aB \in \Gamma^* \tag{2.6.20}$$

$$\mathbf{a}\,[\mathbf{Z_2Z_4}] \vdash \mathbf{Z_2aZ_4} \quad \text{z } \textit{Ant1} \text{ a opakovaně } \textit{Barbara} \tag{2.6.21}$$

$$Z_4aB, Z_2aZ_4 \vdash Z_2aB \quad \textit{Barbara} \tag{2.6.22}$$

$$Z_2aB, AaZ_2 \vdash AaB \quad \textit{Barbara} \text{ a } AaZ_2 \in \Gamma^* \tag{2.6.23}$$

$$Z_2oB, \mathbf{Z_2aZ_5} \vdash Z_5oB \quad \text{pomocí } \textit{Bocardo} \text{ a } Z_2aZ_5 \in \Gamma^* \tag{2.6.24}$$

$$\mathbf{a}\,[\mathbf{Z_5B}] \vdash \mathbf{Z_5aB} \quad \text{z } \textit{Ant1} \text{ a opakovaně } \textit{Barbara} \tag{2.6.25}$$

$$Z_5aB, Z_2aZ_5 \vdash Z_2aB \quad \textit{Barbara} \tag{2.6.26}$$

$$Z_2aB, AaZ_2 \vdash AaB \quad \textit{Barbara} \text{ a } AaZ_2 \in \Gamma^* \tag{2.6.27}$$

Pokud by tedy opravdu použitím těchto závěrů vznikl *antilogismus*, pak jsme opět ukázali, jak použité předpoklady převést na přímý důkaz. V opačném případě, tedy pokud by *antilogismus* nevznikl, bychom teto proces mohli iterativně opakovat. Nyní však již nemusíme pokračovat, protože lze vidět, že jsme již při ukázce tohoto druhého kroku přivedli ke sporu podmínku, že neexistuje řetězec tvaru $a\,[AZ_1]$, respektive $a\,[Z_2B]$. V iterativním procesu bychom dospěli vždy k témuž.
Toto lemma by šlo dokázat i odkazem na fakt, že obecnou pozitivní formuli tvaru $AaB$ lze dokázat jen tehdy, existuje-li v předpokladech (netriviální) řetězec tvaru $a\,[AB]$. Postup našeho důkazu však měl ukázat, jakým způsobem budeme postupovat u dalších lemmat, kde již podobná tvrzení k dispozici mít nebudeme.[38] □

**Lemma 5.** *Nechť* $\Gamma$ *je bezesporná množina předpokladů a* $AiB$ *závěr dokázaný pomocí nepřímého důkazu z množiny* $\Gamma$*, pak existuje přímý důkaz formule* $AiB$ *ze stejné množiny předpokladů* $\Gamma$*.*

[38] Avšak nijak nevylučujeme, že taková tvrzení existují i pro ostatní typy formulí.

*Důkaz.* Již pro tento případ se nám situace komplikuje. V minulém případě jsme totiž vždy pracovali pouze s jedním typem formule, totiž $XoY$, dvěma sylogismy, a jednou variantou možného *antilogismu*, totiž *Ant1*. Pro případ převodu nepřímého důkazu formule $AiB$ se nám však do hry dostanou všechny možné tvary *antilogismu*.

Nechť tedy máme nepřímý důkaz formule tvaru $AiB$ z množiny předpokladů Γ. To znamená, že se v nějakém kroku použije nějaké z pravidel na negaci dokazované formule, to jest na formuli $AeB$. Nevěnujme nyní pozornost obratovým pravidlům, ale rovnou se podívejme, jak by vypadal převod, pokud by ke vzniku *antilogismu* došlo při prvním použití nějakého sylogismu na formuli $AeB$. V naší bázi jsou to opět pouze dva sylogismy, jmenovitě *Celarent* a *Ferio*. Uvažujme nejprve, že ke vzniku *antilogismu* došlo při použití sylogismu *Celarent*.

$$AeB, \mathbf{Z_1aA} \vdash Z_1eB \qquad \text{kde } Z_1aA \in \Gamma^* \tag{2.6.28}$$

Je jasné, že musíme uvažovat všechny tři možnosti vzniku *antilogismu*, protože *Ant2* a *Ant3* obsahují přímo obecnou negativní formuli a případu *Ant1* se budeme věnovat proto, že od $Z_1eB$ přejdeme k $Z_1oB$ jedním použitím pravidla *E-sub*.

Případ *Ant1* je však snadný. Z předchozího lemmatu víme, jakým způsobem lze pracovat s částečně negativními formulemi. V případě vzniku *antilogismu* touto cestou pak umíme přímo dokázat dokonce formuli $AaB$.

Uvažujme nyní, jak vypadá naše situace v případě, že *antilogismus* vznikl ve tvaru *Ant2*. To znamená, že množina $\Gamma^*$ obsahuje a-řetězce $a\,[Z_2Z_1]$ a $a\,[Z_2B]$. Nyní však již můžeme ukázat přímé odvození.

$$\mathbf{a}\,[\mathbf{Z_2Z_1}] \vdash \mathbf{Z_2aZ_1} \qquad \textit{Barbara} \tag{2.6.29}$$

$$\mathbf{a}\,[\mathbf{Z_2B}] \vdash \mathbf{Z_2aB} \qquad \textit{Barbara} \tag{2.6.30}$$

$$Z_1aA, Z_2aZ_1 \vdash Z_2aA \qquad \textit{Barbara} \tag{2.6.31}$$

$$Z_2aA \vdash AiZ_2 \qquad \textit{A-sub} \tag{2.6.32}$$

$$Z_2aB, AiZ_2 \vdash AiB \qquad \textit{Darii} \tag{2.6.33}$$

A konečně třetí možnost je případ, kdy *antilogismus* vznikl ve tvaru *Ant3*.[39]

| | | |
|---|---|---|
| (2.6.34) | $\{\mathbf{a}\,[\mathbf{Z_3Z_1}], \mathbf{a}\,[\mathbf{Z_4B}], \mathbf{Z_3iZ_4}\} \in \Gamma^*$ | z podmínek na *Ant3* |
| (2.6.35) | $Z_1aA, Z_3aZ_1 \vdash Z_3aA$ | *Barbara* |
| (2.6.36) | $Z_4aB, Z_3iZ_4 \vdash Z_3iB$ | *Darii* |
| (2.6.37) | $Z_3iB \vdash BiZ_3$ | *I-con* |
| (2.6.38) | $Z_3aA, BiZ_3 \vdash BiA$ | *Darii* |
| (2.6.39) | $BiA \vdash AiB$ | *I-con* |

Tímto máme vyčerpány všechny možnosti pro případ vzniku *antilogismu* hned při prvním použití sylogismu *Celarent* na negaci závěru. Druhá možnost je, že ke vzniku *antilogismu* došlo použitím sylogismu *Ferio*.

(2.6.40) $AeB, \mathbf{Z_5iA} \vdash Z_5oB$ kde $Z_5iA \in \Gamma^*$

Zde je však opět pouze jedna možnost, jak může vypadat *antilogismus*, a to *Ant1*. V tomto případě by přímé odvození probíhalo následujícím způsobem:

| | | |
|---|---|---|
| (2.6.41) | $\mathbf{a}\,[\mathbf{Z_5B}] \in \Gamma^*$ | z podmínek na *Ant1* |
| (2.6.42) | $Z_5iA \vdash AiZ_5$ | *I-con* |
| (2.6.43) | $Z_5aB, AiZ_5 \vdash AiB$ | *Darii* |

Tím máme vyřešený první krok a nyní je třeba zodpovědět otázku, jak by se postupovalo v případě, že by *antilogismus* nevznikl hned po prvním použití negace závěru.
Uvažujme nejprve, že bychom začali se sylogismem *Ferio* (2.6.40), avšak po prvním kroku by nedošlo ke vzniku *antilogismu*. Víme však, že máme nepřímý důkaz formule $AiB$ a zároveň, že další kroky v důkaze vždy používají alespoň jednu premisu, která nenáleží do množiny $\Gamma^*$. Avšak pokud by ke vzniku *antilogismu* došlo až po použití výsledku tohoto odvození, tj. pomocí formule $Z_5oB$, pak řešíme situaci obdobnou předchozímu lemmatu. Zde vznik *antilogismu* vždy souvisel s existencí jistého a-řetězce tvaru $a\,[RS]$. V našem případě pak bychom při vzniku *antilogismu* dospěli k a-řetězci $a\,[Z_5B]$, přičemž pomocí něj a úvodního předpokladu $Z_5iA$ z (2.6.40) dospějeme k hledané formuli $AiB$ po použití pravidel *I-con* a *Darii*.
V druhém případě, pokud byl v nepřímém důkazu nejprve použit sylogismus *Celarent*, se mohl důkaz dále ubírat dvěma způsoby. Pokud byla použita formule $Z_1eB$ v sylogismu

[39]V dalším textu již nebudeme uvádět triviální odvození tvaru $a\,[AB] \vdash AaB$.

*Ferio*, pak podobnou úvahou, jako v předchozím odstavci, dospějeme ke kýženému výsledku. Jeho použití bude totiž pak vypadat jako $Z_1eB, \mathbf{Z_2iZ_1} \vdash Z_2oB$ a pomocí prvků z $\Gamma^*$ můžeme v přímém důkaze odvodit pomocí *Darii* formuli $Z_2iA$. V předchozím lemmatu jsme pak viděli, že vznik *antilogismu* pro případ částečných negativních vět vede nakonec (v tomto případě) k existenci a-řetězce $a\,[Z_2B]$, což, dáno dohromady s dříve získanou formulí $Z_2iA$, respektive $AiZ_2$ po použití *I-con*, vede skrze sylogismus *Darii* k hledané formuli $AiB$.

Nechť je však použita formule $Z_1eB$ v sylogismu *Celarent*. Toto odvození pak bude mít tvar $Z_1eB, \mathbf{Z_2aZ_1} \vdash Z_2eB$, z čehož je vidět, že i případné další použití závěru v dalším sylogismu *Celarent* nám stále bude vybírat formule z množiny $\Gamma^*$, ze kterých vždy získáme formuli $Z_naA$. Pokud by ke vzniku *antilogismu* došlo až po použití sylogismu *Ferio*, pak jsme výše ukázali, jak toto použití přetavit v přímý důkaz hledané formule. Pokud při použití *Celarentu*, pak klíčové momenty, kde by se použil v přímém odvození závěr $Z_naA$ jsou pro *Ant2* řádek (2.6.31) a pro *Ant3* řádek (2.6.35). $\square$

V důkazech dalších dvou lemat se omezíme na minimum postranních komentářů, neboť základní postup pro případ, že *antilogismus* vznikl v prvním kroku, je již z předchozích lemmat jasný.

**Lemma 6.** *Nechť* $\Gamma$ *je bezesporná množina předpokladů a* $AeB$ *závěr dokázaný pomocí nepřímého důkazu z množiny* $\Gamma$*, pak existuje přímý důkaz formule* $AeB$ *ze stejné množiny předpokladů* $\Gamma$.

*Důkaz.* Opět uvažujme nepřímý důkaz formule $AeB$ z množiny předpokladů $\Gamma$ s tím, že nejprve jsou provedena všechna odvození nepoužívající negaci závěru. Pokud by ke vzniku *antilogismu* došlo hned při prvním použití formule $AiB$, pak máme následující dvě možnosti.

*Darii*

| | | |
|---|---|---|
| (2.6.44) | $\mathbf{BaZ_1}, AiB \vdash AiZ_1$ | $BaZ_1 \in \Gamma^*$ |
| (2.6.45) | $\{\mathbf{a}\,[\mathbf{AZ_2}], \mathbf{a}\,[\mathbf{Z_1Z_3}], \mathbf{Z_2eZ_3}\} \in \Gamma^*$ | z podmínek na *Ant3* |
| (2.6.46) | $Z_1aZ_3, BaZ_1 \vdash BaZ_3$ | *Barbara* |
| (2.6.47) | $Z_2eZ_3, AaZ_2 \vdash AeZ_3$ | *Celarent* |
| (2.6.48) | $AeZ_3 \vdash Z_3eA$ | *E-con* |
| (2.6.49) | $Z_3eA, BaZ_3 \vdash BeA$ | *Celarent* |
| (2.6.50) | $BeA \vdash AeB$ | *E-con* |

*Ferio*

| | | |
|---|---|---|
| (2.6.51) | $\mathbf{BeZ_4}, AiB \vdash AoZ_4$ | $BeZ_4 \in \Gamma^*$ |
| (2.6.52) | $\mathbf{a}\,[\mathbf{AZ_4}] \in \Gamma^*$ | z podmínek na *Ant1* |
| (2.6.53) | $BeZ_4 \vdash Z_4eB$ | *E-con* |
| (2.6.54) | $Z_4eB, AaZ_4 \vdash AeB$ | *Celarent* |

Nedošlo-li ke vzniku *antilogismu* ihned v prvním kroku, pak máme, podobně jako v předchozím lemmatu dvě větve. Pokud byl na formuli $AiB$ použit sylogismus *Ferio*, pak jsme se vznikem částečně negativního závěru, „přesunuli“ opět do prvního lemmatu. Zde pro vznik *antilogismu* získáme nutnost existence formule tvaru $AaZ_4$ v množině $\Gamma^*$. K hledanému závěru $AeB$ pak dospějeme použitím pravidla *E-con* na $BeZ_4$ a sylogismu *Celarent* na formule $Z_4eB$ a $AaZ_4$.

Sylogismus *Darii* nás ponechává na poli částečně kladných vět a tedy můžeme na jeho závěr $AiZ_1$ používat opět oba sylogismy, totiž *Darii* a *Ferio*. Případ použití sylogismu *Ferio* nás vede nejprve k přímému závěru $BeZ_2$, protože v $\Gamma^*$ máme prvky $AaZ_1, Z_1eZ_2$ a vzniklý *antilogismus*, který má tvar *Ant1*, už umožní přímé odvození $AaZ_2$. Odvození $AeB$ je pak triviální. Pokud používáme dále sylogismus *Darii*, získáme postupně z prvků množiny $\Gamma^*$ přímé odvození $BaZ_n$. Vznikne-li nakonec *antilogismus* použitím sylogismu *Ferio*, bude množina $\Gamma^*$ obsahovat (mimo jiné) následující prvky: $BaZ_n, Z_neZ_{n+1}, AaZ_{n+1}$, ze kterých lze závěr $AeB$ odvodit přímo. Je-li posledním krokem *Darii*, pak se místo, kde bude použita existence formule $BaZ_n$, nachází na řádku (2.6.46). □

**Lemma 7.** *Nechť* $\Gamma$ *je bezesporná množina předpokladů a* $AoB$ *závěr dokázaný pomocí nepřímého důkazu z množiny* $\Gamma$, *pak existuje přímý důkaz formule* $AoB$ *ze stejné množiny předpokladů* $\Gamma$.

*Důkaz.* Pro tento případ je důkaz zdaleka nejzdlouhavější. Negace závěru, ve formě obecné kladné věty, může totiž vystupovat v pěti sylogismech a i následné úvahy ohledně podoby *antilogismu* budou rozsáhlejší.

Uvažujme tedy nepřímý důkaz formule $AoB$ z množiny předpokladů $\Gamma$ s tím, že nejprve jsou provedena všechna odvození nepoužívající negaci závěru. Pokud by ke vzniku *antilogismu* došlo hned při prvním použití formule $AaB$, pak máme následující možnosti.

1. *Barbara*

| | | |
|---|---|---|
| (2.6.55) | $AaB, \mathbf{Z_1aA} \vdash Z_1aB$ | $Z_1aA \in \Gamma^*$ |

(a) *Ant1*

$$\{\mathbf{a}\,[\mathbf{Z_2Z_1}], \mathbf{a}\,[\mathbf{BZ_3}], \mathbf{Z_2oZ_3}\} \in \Gamma^* \qquad \text{z podmínek na } \mathit{Ant1} \tag{2.6.56}$$

$$Z_1aA, Z_2aZ_1 \vdash Z_2aA \qquad \mathit{Barbara} \tag{2.6.57}$$

$$BaZ_3, Z_2oZ_3 \vdash Z_2oB \qquad \mathit{Baroco} \tag{2.6.58}$$

$$Z_2oB, Z_2aA \vdash AoB \qquad \mathit{Bocardo} \tag{2.6.59}$$

(b) *Ant2*

$$\{\mathbf{a}\,[\mathbf{Z_4Z_1}], \mathbf{a}\,[\mathbf{BZ_5}], \mathbf{a}\,[\mathbf{Z_4Z_6}], \mathbf{Z_5eZ_6}\} \in \Gamma^* \qquad \text{z podmínek na } \mathit{Ant2} \tag{2.6.60}$$

$$Z_1aA, Z_4aZ_1 \vdash Z_4aA \qquad \mathit{Barbara} \tag{2.6.61}$$

$$Z_5eZ_6, BaZ_5 \vdash BeZ_6 \qquad \mathit{Celarent} \tag{2.6.62}$$

$$Z_4aA \vdash AiZ_4 \qquad \mathit{A\text{-}sub} \tag{2.6.63}$$

$$Z_4aZ_6, AiZ_4 \vdash AiZ_6 \qquad \mathit{Darii} \tag{2.6.64}$$

$$BeZ_6 \vdash Z_6eB \qquad \mathit{E\text{-}con} \tag{2.6.65}$$

$$Z_6eB, AiZ_6 \vdash AoB \qquad \mathit{Ferio} \tag{2.6.66}$$

(c) *Ant3*

$$\{\mathbf{a}\,[\mathbf{Z_7Z_1}], \mathbf{a}\,[\mathbf{BZ_8}], \mathbf{a}\,[\mathbf{Z_9Z_{10}}], \mathbf{Z_7iZ_9}, \mathbf{Z_8eZ_{10}}\} \in \Gamma^* \qquad \text{z podmínek na } \mathit{Ant3} \tag{2.6.67}$$

$$Z_1aA, Z_7aZ_1 \vdash AaZ_7 \qquad \mathit{Barbara} \tag{2.6.68}$$

$$Z_8eZ_{10}, BaZ_8 \vdash BeZ_{10} \qquad \mathit{Celarent} \tag{2.6.69}$$

$$Z_7iZ_9 \vdash Z_9iZ_7 \qquad \mathit{I\text{-}con} \tag{2.6.70}$$

$$Z_7aA, Z_9iZ_7 \vdash Z_9iA \qquad \mathit{Darii} \tag{2.6.71}$$

$$Z_9iA \vdash AiZ_9 \qquad \mathit{I\text{-}con} \tag{2.6.72}$$

$$Z_9aZ_{10}, AiZ_9 \vdash AiZ_{10} \qquad \mathit{Darii} \tag{2.6.73}$$

$$BeZ_{10} \vdash Z_{10}eB \qquad \mathit{E\text{-}con} \tag{2.6.74}$$

$$Z_{10}eB, AiZ_{10} \vdash AoB \qquad \mathit{Ferio} \tag{2.6.75}$$

Ostatní varianty, to jest jiné zařazení formule $Z_1aB$ do jednotlivých *antilogismů*, by se dokazovaly analogicky. V dalších krocích budeme opět číslovat termy $Z$ od jedničky, i když s termy uvedenými v předchozí části nemají žádnou souvislost.

2. *Celarent*

$$\mathbf{BeZ_1}, AaB \vdash AeZ_1 \qquad BeZ_1 \in \Gamma^* \tag{2.6.76}$$

(a) *Ant1*

| | | |
|---|---|---|
| (2.6.77) | $\mathbf{a}\,[\mathbf{AZ_1}] \in \Gamma^*$ | z podmínek na *Ant1* |
| (2.6.78) | $AaZ_1 \vdash AiZ_1$ | *A-sub,* I-con |
| (2.6.79) | $BeZ_1 \vdash Z_1eB$ | *E-con* |
| (2.6.80) | $Z_1eB, AiZ_1 \vdash AoB$ | *Ferio* |

(b) *Ant2*

| | | |
|---|---|---|
| (2.6.81) | $\{\mathbf{a}\,[\mathbf{Z_2A}], \mathbf{a}\,[\mathbf{Z_2Z_1}]\} \in \Gamma^*$ | z podmínek na *Ant2* |
| (2.6.82) | $BeZ_1 \vdash Z_1eB$ | *E-con* |
| (2.6.83) | $Z_1eB, Z_2aZ_1 \vdash Z_2eB$ | *Celarent* |
| (2.6.84) | $Z_2aA \vdash AiZ_2$ | *A-sub* |
| (2.6.85) | $Z_2eB, AiZ_2 \vdash AoB$ | *Ferio* |

(c) *Ant3*

| | | |
|---|---|---|
| (2.6.86) | $\{\mathbf{a}\,[\mathbf{Z_3A}], \mathbf{a}\,[\mathbf{Z_4Z_1}], \mathbf{Z_3iZ_4}\} \in \Gamma^*$ | z podmínek na *Ant3* |
| (2.6.87) | $BeZ_1 \vdash Z_1eB$ | *E-con* |
| (2.6.88) | $Z_1eB, Z_4aZ_1 \vdash Z_4eB$ | *Celarent* |
| (2.6.89) | $Z_4eB, Z_3iZ_4 \vdash Z_3oB$ | *Ferio* |
| (2.6.90) | $Z_3oB, Z_3aA \vdash AoB$ | *Bocardo* |

3. *Darii* Zde je zapotřebí uvažovat pouze *antilogismus* tvaru *Ant3.*

| | | |
|---|---|---|
| (2.6.91) | $AaB, \mathbf{Z_1iA} \vdash Z_1iB$ | $Z_1iA \in \Gamma^*$ |
| (2.6.92) | $\{\mathbf{a}\,[\mathbf{Z_1Z_2}], \mathbf{a}\,[\mathbf{BZ_3}], \mathbf{Z_2eZ_3}\} \in \Gamma^*$ | z podmínek na *Ant3* |
| (2.6.93) | $Z_1iA \vdash AiZ_1$ | *I-con* |
| (2.6.94) | $Z_1aZ_2, AiZ_1 \vdash AiZ_2$ | *Darii* |
| (2.6.95) | $Z_2eZ_3, AiZ_2 \vdash AoZ_3$ | *Ferio* |
| (2.6.96) | $BaZ_3, AoZ_3 \vdash AoB$ | *Baroco* |

4. *Baroco*

| | | |
|---|---|---|
| (2.6.97) | $AaB, \mathbf{Z_1oB} \vdash Z_1oA$ | $Z_1oB \in \Gamma^*$ |
| (2.6.98) | $\mathbf{a}\,[\mathbf{Z_1A}] \in \Gamma^*$ | z podmínek na *Ant1* |
| (2.6.99) | $Z_1oB, Z_1aA \vdash AoB$ | *Bocardo* |

5. *Bocardo*

$$\mathbf{AoZ_1}, AaB \vdash BoZ_1 \qquad AoZ_1 \in \Gamma^* \tag{2.6.100}$$

$$\mathbf{a}\,[\mathbf{BZ_1}] \in \Gamma^* \qquad \text{z podmínek na } Ant1 \tag{2.6.101}$$

$$BaZ_1, AoZ_1 \vdash AoB \qquad Baroco \tag{2.6.102}$$

Nyní budeme v opačném pořadí probírat jednotlivé možnosti pokračování nepřímého důkazu, pokud by *antilogismus* nevznikl hned v prvním kroku. Pro přehlednost budeme v následujícím výčtu vždy odkazovat k prvkům předchozího seznamu.

5. Tento případ je snadný. Víme, že pokud by došlo ke vzniku *antilogismu* při dalším použití částečně negativní věty $BoZ_1$, pak (v tomto případě) získáváme nakonec formuli tvaru $\mathbf{BaZ_n} \in \Gamma^*$, přičemž se nám postupně bude vytvářet i a-řetězec tvaru $a\,[Z_n Z_1]$ ležící nutně v množině $\Gamma^*$.[40] Odtud již můžeme odvodit formuli $AoB$ následujícími kroky:

$$Z_n a Z_1, BaZ_n \vdash BaZ_1 \qquad Barbara \tag{2.6.103}$$

$$BaZ_1, AoZ_1 \vdash AoB \qquad Baroco \tag{2.6.104}$$

4. Podobně jako v předchozím bodě pracujeme v nepřímém důkaze pouze s částečně negativními větami, které všechny leží mimo množinu $\Gamma^*$, přičemž se budou z množiny $\Gamma^*$ používat obecné kladné věty, které budou vytvářet a-řetězce tvaru $\mathbf{a}\,[\mathbf{Z_n A}]$ a $\mathbf{a}\,[\mathbf{Z_1 Z_n}]$.[41] Přímé odvození formule $AoB$ pak proběhne triviálně takto:

$$Z_n aA, Z_1 a Z_n \vdash Z_1 aA \qquad Barbara \tag{2.6.105}$$

$$Z_1 oB, Z_1 aA \vdash AoB \qquad Bocardo \tag{2.6.106}$$

3. Tento případ lze nyní převést na následující. Pokud *antilogismus* nevznikl hned v prvním kroku, pak jsme v lemmatu o převodu nepřímého důkazu obecně negativní věty ukázali, jak z přidaného předpokladu $Z_1 iB$, pro nepřímý důkaz formule $Z_1 eB$, odvodit tuto formuli přímo. Naše přímé odvození $AoB$, při existenci odvození $Z_1 eB$, by se pak sestávalo z použití sylogismu *Ferio* v této podobě: $Z_1 eB, AiZ_1 \vdash AoB$. Poznamenejme, že stejně jsme mohli uvažovat i v předchozích dvou bodech, neboť

[40] Respektive tyto dva řetězce budeme mít k dispozici po vzniku *antilogismu*, který může mít pouze tvar *Ant1*.

[41] Je to analogické předchozímu bodu.

tam jsme ukázali, jak vznikla přímo formule $BaZ_1$ (viz řádek (2.6.103)), respektive $Z_1aA$ (k tomu viz řádek (2.6.105)).[42]

2. Díky úvaze v předchozím bodu je i zde zdůvodnění existence přímého důkazu, pokud byl použit jako první sylogismus *Celarent*, snadné. Z formule $AeZ_1$, která bude nadále vstupovat jako „iniciální“ negace závěru pro náš alternativní nepřímý důkaz, máme totiž zajištěn přímý důkaz formule $AiZ_1$, která spolu s formulí $BeZ_1 \in \Gamma^*$ (viz řádek (2.6.76)) dává po použití sylogismu *Ferio* hledaný závěr $AoB$.

1. Případ, kdy byl na negaci závěru použit sylogismus *Barbara* je odlišný v tom, že zde můžeme i v dalších krocích nepřímého důkazu „zůstávat“ v tomto lemmatu, protože je možné, že bude *Barbara* použita znova. Pokud k tomu však nedojde, pak jsme rychle hotovi, neboť po použití $Z_1aB$ v jiném sylogismu než *Barbara* umíme z předchozího ukázat přímý důkaz formule $Z_1oB$. K tomuto důkazu už stačí přidat jeden krok, totiž použití sylogismu *Bocardo* na formule $Z_1oB$ a $Z_1aA$, abychom dokončili přímý důkaz formule $AoB$. Bude-li se dále používat *Barbara* na získané závěry, pak se však též dopracujeme ke kýženému výsledku, protože toto použití si vyžádá existenci formulí v množině $\Gamma^*$, které nás, po dokončení důkazu formule $RoS$ opětovně dovedou až k termům $A$ a $B$.

□

*Důkaz Věty 3.* Důkaz věty ze strany 30 je nyní triviální. Z výše dokázaných lemmat máme explicitní postup, jak převést nepřímý důkaz libovolné základní sylogistické formule na důkaz přímý. Protože v našem systému nelze dokazovat jiné formule než formule tvaru $AaB$ (Lemma 4), $AiB$ (Lemma 5), $AeB$ (Lemma 6) a $AoB$ (Lemma 7), je tím i tato věta dokázána.[43] □

Díky právě dokázané větě jsme významně upravili náš deduktivní systém. Víme, že pomocí námi zvolené báze a přímého důkazu dokážeme z bezesporné množiny předpokladů přesně totéž, co dokážeme, přidáme-li do našeho systému nepřímý důkaz. Reálné použití nepřímého důkazu v našem systému, vynucuje i vznik přímého důkazu hledané sylogistické

[42] Je dobré upozornit, že k tomuto postupu jsme oprávněni proto, že každé z předchozích lemmat používalo vždy maximálně důsledky lemmat, které se vyskytovaly před ním. Jejich pořadí nebylo voleno náhodou.

[43] S tímto důkazem lze srovnat například důkaz uvedený v [56], kde se Smith také zbavuje nepřímého odvození. Jeho důkaz je však dramaticky kratší, protože uvažuje menší sadu odvozovacích pravidel spolu se speciálními pravidly pro vynětí.

formule. Jak už jsme podotkli výše, je zde zcela zásadní požadavek na bezespornost množiny předpokladů. Náš systém, již bez nepřímého důkazu, ponechá sporné formule působit pouze lokálně a ačkoli můžeme pomocí těchto formulí dospět i přímo k mnohým dalším sporným dvojicím formulím (záleží na tom, co obsahuje množina $\Gamma$), nedostaneme se nikdy mimo dosah pojmových písmen obsažených ve sporných formulích. Stručně řečeno: v našem systému neplatí *ex falso quodlibet*.
Nyní již můžeme přikročit k dalšímu kroku, kterým bude důkaz věty o úplnosti pro definovanou sadu pravidel a přímý důkaz vzhledem k námi definované sémantice.

## 2.7 Úplnost

Cíl této sekce je jasný. Formulovat a dokázat větu o úplnosti našeho deduktivního systému vzhledem k dříve definované sémantice. To jest, snažíme se ukázat, že sémantická pravdivost nějaké formule je totéž, co dokazatelnost této formule z dané množiny předpokladů. Jinými slovy ukážeme, že existuje „efektivní“ postup ověření pravdivosti nějaké sylogistické formule. První explicitní důkazy věty o úplnosti sylogistiky se objevily ve článcích Johna Corcorana [17] a Timothy Smileyho [55], avšak již u Łukasiewicze [31] nalezneme sekce věnující se tomuto tématu. Zde budeme řešit pouze takzvanou silnou úplnost, protože náš systém neobsahuje žádné „o sobě pravdivé“ věty, takže z prázdné množiny předpokladů není dokazatelné nic.[44] Rozdíl v postupu oproti výše zmíněným článkům je ten, že náš deduktivní systém je uvažován bez nepřímého důkazu, protože, jak jsme výše ukázali, může být tento v našem systému bez újmy na obecnosti odstraněn, pokud povolíme pouze konzistentní množiny předpokladů.

**Věta 4** (Věta o úplnosti)**.** *Nechť $\Gamma$ je konzistentní množina, pak $\Gamma \vdash \varphi \Leftrightarrow \Gamma \models \varphi$.*

*Důkaz.* Směr $\Rightarrow$, to jest *věta o korektnosti*, je snadný. Výše jsme poukázali na to,[45] která sylogistická pravidla a obraty jsou platné ve smyslu naší sémantiky a náš deduktivní systém, který používá pouze pravidla z této sady, tak nemůže z pravdivých předpokladů odvodit nepravdivý závěr.
Druhý směr je jako obvykle komplikovanější, i když my už máme vlastně všechnu práci hotovou z předcházejících důkazů, a tak se zde budeme pouze opakovat. Naším úkolem

[44]Výše, na straně 27, jsme sice povolili i prázdné a-řetězce, které by něco takového mohly sugerovat, avšak to bylo pouze z technických důvodů a náš systém jako takový žádné formule tvaru $XaX$ odvodit neumožňuje.

[45]Viz strana 14 a několik následujících.

je ukázat, že pokud nějaké sylogistická formule sémanticky vyplývá z nějaké množiny předpokladů $\Gamma$, pak je také z předpokladů obsažených v této množině dokazatelná v našem deduktivním systému. Tohoto úkolu se zhostíme opět klasickým způsobem, a to tak, že použijeme adekvátní formulaci, která říká, že nějaká množina je bezesporná tehdy a jen tehdy, má-li tato množina model.[46]

Nechť $\Gamma$ je neprázdná a bezesporná množina sylogistických formulí. V důkazu lemmatu 2 na straně 27 jsme ukázali, jak k dané množině, jejíž žádná podmnožina nemá formu *antilogismu*, sestrojit model. I zde použijeme stejný postup. Nosná množina $\dot{I}_\Gamma$ naší interpretace $I_\Gamma$ bude obsahovat, pro každé pojmové písmeno $A$, které se vyskytuje v nějaké $\varphi \in \Gamma$, prvek $A$. Ohodnocení pak budeme uvažovat takovým způsobem, že každému prvku $A \in \dot{I}_\Gamma$ přiřadíme množinu $[A]$, která bude obsahovat všechny prvky $C \in \dot{I}_\Gamma$ takové, že $a\,[CA] \in \Gamma$ a všechny dvojice $\{C, D\} \in \dot{I}_\Gamma$, pro která platí, že $\{CiD, a\,[CA]\} \in \Gamma$ nebo $\{CiD, a\,[DA]\} \in \Gamma$.[47] Na straně 28 pak nalezneme ověření, že takto definovaná interpretace $I_\Gamma$ je skutečně modelem množiny $\Gamma$, což je to, co jsme chtěli ukázat. $\square$

V tento moment jsme již splnili to, co jsme si určili; poukážeme ještě na jeden fakt, který nám umožní vyškrtnout ze znění naší věty o úplnosti část o bezesporné množině $\Gamma$. Jak jsme ukázali výše, požadovali jsme bezespornou množinu předpokladů z prostého důvodu, kterým byla neplatnost tvrzení „ze sporu cokoli“ v našem systému, neobsahujícím nepřímý důkaz. Přidáním jednoho pravidla do našeho systému však dospějeme i k tomu, že ze sporu odvodíme libovolný závěr a zároveň, že z bezesporné množiny předpokladů neodvodíme více, než předtím. Pravidlo, které přidáme, budeme nazývat *trivializace* a bude mít následující tvar:[48]

$$\varphi, \neg\varphi \vdash \psi$$

Přičemž $\psi$ je libovolná sylogistická formule. Toto pravidlo je v našem systému využito následujícím způsobem. Je-li množina předpokladů $\Gamma$ konzistentní, pak ho není možné nikdy použít a naše odvození budou probíhat úplně stejně, jako dříve. Bude-li však množina $\Gamma$ nekonzistentní, pak můžeme použitím „klasických“ pravidel — tj. pomocí pravidel obratu a sylogismů — dospět k nějaké dvojici sylogistických formulí $\varphi$ a $\neg\varphi$, a pak pomocí pravidla trivializace odvodit libovolný závěr. Samozřejmě, že se může stát, že nějaká dvojice

[46]Více lze nalézt například opět v Kolmanově knize [30] na straně 190 a několika následujících.

[47]Zde opět využíváme toho, že jsme povolili i prázdné a-řetězce, což nám zaručí neprázdnost $[A]$ pro každé $A \in \dot{I}_\Gamma$ a celkově úspornější definici ohodnocení.

[48]Idea tohoto pravidla byla převzata z doposud nepublikovaného článku Costy a Santose [50].

kontradiktorických formulí $\varphi, \neg\varphi$ již do $\Gamma$ patří a pravidlo můžeme začít používat hned v prvním kroku. Přijetí či nepřijetí tohoto pravidla pak závisí na tom, jak moc požadujeme, aby pravidlo *ex falso quodlibet* platilo i v našem systému. Může se totiž stát, že nám přirozenější bude připadat *parakonzistentní* přístup, kdy povolíme pouze lokální spory a ne totální „explozi“ sporu, a pak pro přijetí tohoto pravidla hlasovat rozhodně nebudeme. Shrňme tedy, co se nám podařilo v této kapitole. Ukázali jsme formální systém zachycující Aristotelovu sylogistiku, pro kterou jsme popsali její syntax i sémantiku, prokázali jsme nadbytečnost nepřímého důkazu pro námi uvažovaný deduktivní systém a dokázali jsme úplnost tohoto systému vzhledem k námi definované (a snad i přirozené) sémantice.

# Kapitola 3

# Sylogistika z historické perspektivy

Minulá kapitola splnila svůj cíl ve formální prezentaci Aristotelovy sylogistiky jako úplného deduktivního systému. Jak jsme však upozornili, tato kapitola nebyla psána s cílem prezentovat sylogistiku v naprosté shodě s Aristotelovými záměry. Následující text by se tak měl pokusit ukázat, kde se nám toho podařilo či nepodařilo dosáhnout a proč. Budeme se přitom zabývat i některými aspekty sylogistiky, které naše cesta v předchozí části učinila irelevantní. Zároveň zde ukážeme alespoň některé konkurující si přístupy k sylogistice, díky čemuž bude zřejmé, že dosáhnout úplné shody s Aristotelovou intencí je asi nejen nemožné, ale i zbytečné. Začneme však šířeji, protože jinak bychom nedokázali některé otázky vůbec zodpovědět. Aristotelova práce zabývající se logikou, později shrnutá do *Organonu*, je mnohem širší než sylogistika, a jak píše Robin Smith ([13, str. 28]): „pokud by nějaká historická událost způsobila, že bychom nebyli obeznámeni se sylogistikou prvních analytik, mohli bychom stále číst takřka vše ostatní, aniž bychom si tuto ztrátu uvědomili.“ Zasazení do širšího kontextu tak může vrhnout lepší světlo na určité kroky a rozhodnutí v rámci námi zkoumaného systému.

## 3.1 Inspirace

I když se Aristotelés domníval, že jeho nauka o usuzování je zcela původní prací, nelze si nevšimnout některých souvislostí s jeho současníky.[1] Inspiraci pro sylogismus jako takový mohl najít v Platónově postupu dělení — *diarhesis* ($\delta\iota\alpha\acute{\iota}\rho\varepsilon\sigma\iota\varsigma$) — a dalších úvahách, jak

[1] Pro vyjádření ohledně „původnosti“ a „originality“ nauky o odvozování viz zejména *Soph. elench.* [7, c.34 183a–184b] a *Top.* [6, VIII. c.5 159a].

je nalézáme roztroušeny po jednotlivých dialozích.[2]

Žádný z Platónových dialogů sice nelze považovat za čistě logický, ale některé obsahují relevantní tématiky více, než jiné. Se slavnou metodou dialektiky, dělením, jsme konfrontováni v pozdních Platónových dialozích *Filébos* a *Faidros*, kde je tato metoda zmiňována, případně v dialozích *Sofistés* (na který se zde budeme odkazovat nejvíce) a *Politikos*. Dělení je pak v rámci pravé dialektické metody doprovázeno sbíráním, souborem ($\sigma\upsilon\nu\alpha\gamma\omega\gamma\acute{\eta}$), které je založeno v tom, že (*Phaedr.* [45, II. 249b–c]): „člověk totiž musí poznávati podle tak řečeného *eidos*, pojmového druhu, jenž vychází z mnoha vjemů a je rozumovým myšlením sbírán v jednotu." Jde tedy o protiklad dělení, kdy z konkrétnějších pojmů docházíme k obecnějšímu pojmu („výstup") a tím se připravujeme na možnost opětovného „sestupu". Vhodným příkladem sbíraní může být pasáž z dialogu *Politikos* [45, I. 258a], kde čteme:

> Zdalipak tedy vymezíme politika, krále, pána a také hospodáře tak, že všechna tato umění budeme pojímat jako jedno, či máme říci, že to je tolik různých umění, kolik bylo vysloveno jmen?

Odpovědí na tuto otázku bude o několik řádků dále, že tuto jedinou vědu nazýváme „královskou nebo politickou nebo hospodářskou."[3]

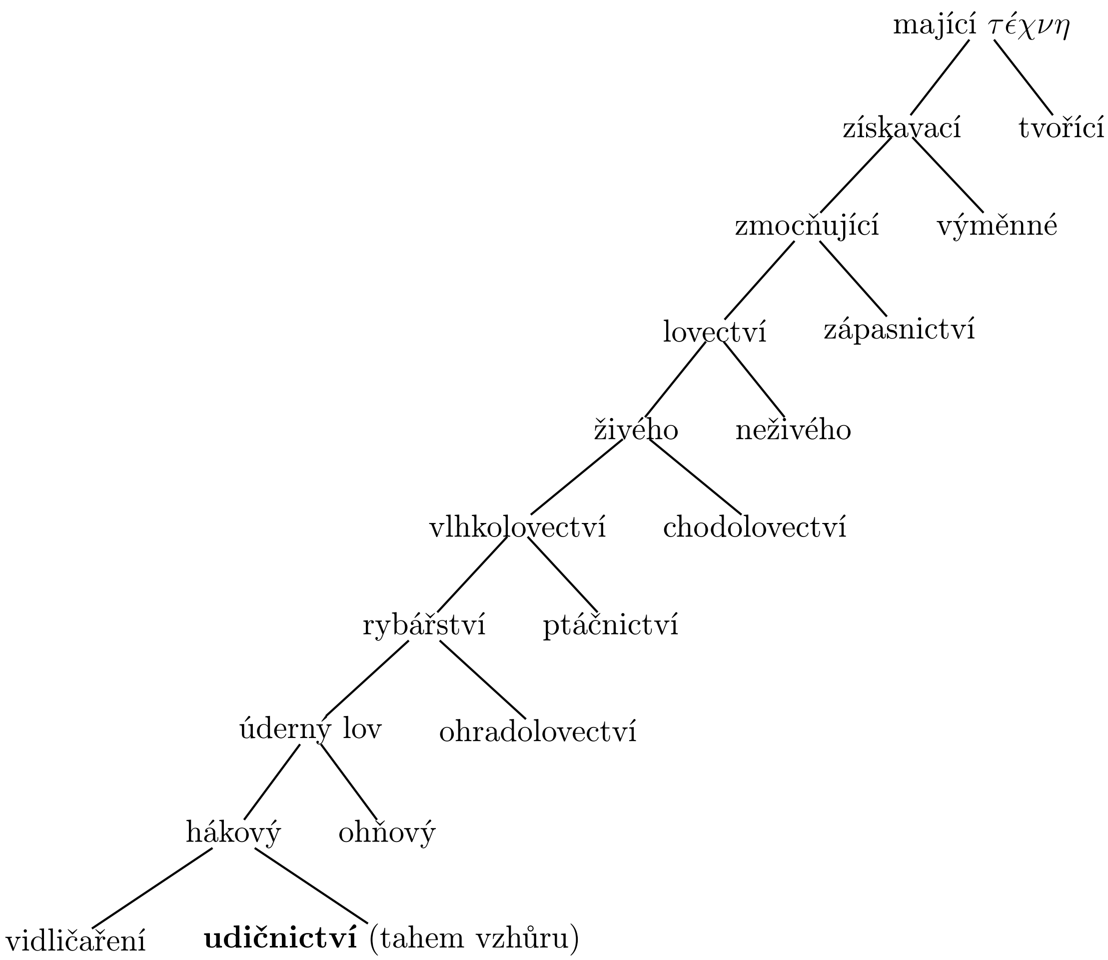
Zaměříme-li se nyní na metodu dělení, nalezneme v *Sofistovi* a *Politikovi* slavná použití při hledání výměru(ů) ($\lambda\acute{o}\gamma o\iota$) rybáře udičníka (*Soph.* [45, I. 218b–221a]), sofisty ([45, I. 221c–232a], obsahující postupně sedm různých výměrů) a politika (*Polit.* [45, I. 258e nn.], kde se v rámci rozsáhlé diskuze setkáme i se snahou o výměry jiných pojmů). Oba texty pak opakovaně zmiňují i možnost existence třetího dialogu *Filosof*, který by se měl pokusit o podání výměru filosofa. V *Sofistovi* se však k výměru filosofa velmi přiblížíme, či ho dokonce dosáhneme. Viz [45, I. 253d–254b.], kde se dozvíme, že: „rozdělovat jsoucna podle rodů a ani nepokládati tutéž ideu za jinou ani jinou za tutéž" je věcí *dialetkického umění*, která náleží tomu „kdo čistě a spravedlivě filosofuje." A jak nás host z Eleje upozorňuje, „na takovémto asi místě nalezneme filosofa, i nyní i později, budeme-li ho hledat." Dialog *Sofistés* pak zcela evidentně obsahuje i další témata, která budou Aristotelem studována,

[2] Samotný postup dělení nejspíše nebyl Platónovým vynálezem. Je možné, že přímou inspiraci našel u sofisty Prodika. Pro více detailů a odkazů přímo do Platónových dialogů viz [21, str. 12–14]. Zároveň zde upozorněme na to, že již předpokládáme obeznámenost se základní terminologií sylogistiky tak, jak byla uvedena v předchozí části této práce.

[3] Viz k tomu [25, str. 227], případně [27, str. 408, 427nn]. K pojmu dialektiky jako takové srovnej též šestou a sedmou knihu ústavy – *Resp.* [45, IV. 511b] a [45, IV. 531d–534e].

a tak zde můžeme hledat docela silný inspirační zdroj.

Nepřekvapí nás, že hledání výměrů má zásadně hlubší cíl, než pouze vědět, co je sofista či politik a Platón nás na to v *Politikovi* ([45, I. 285c–286b]) explicitně upozorňuje. Tato často zdlouhavá práce (hledání výměru) nás připravuje na to, „abychom se stávali lepšími dialektiky pro všechny pojmy.“ To má zásadní důležitost při hledání pojmového výkladu netělesných, největších a nejvzácnějších pojmů, které nemají žádné obrazy. Zároveň si mezi dialogy *Sofistés* a *Politikos* snadno všimneme výrazného rozdílu. Zatímco je *Politikos* více méně příručka, jak hledání výměru nějakého pojmu provozovat, v *Sofistovi* nacházíme i další *logické* témata, jako je nauka o soudu jako takovém a pravdivosti, čemuž se budeme dále věnovat. *Politikos* nám ukazuje, čemu se vyhnout a jak obecně správně postupovat při hledání nějakého výměru, i když je třeba mít na paměti, že vědět, jak hledat (a nalézat) výměr politika (či sofisty), ještě nezaručuje, že stejný postup bude fungovat i pro „komplikovanější“ pojmy.




Obrázek 3.1: Výměr rybáře udičníka podle *Sofisty* [45, I. 218e–221a]

### 3.1.1 Sylogismus

Nejprve tedy ukažme, jak lze v Platónově dělení vidět inspiraci pro sylogismus jako takový. Host z Eleje v *Sofistovi* a *Politikovi* je ten, kdo dovede ukázat výměry pojmů sofisty, politika a filosofa čímž zároveň dokáže, že jsou od sebe odlišné. Potřeba výměru toho kterého pojmu vychází z důležitého pozorování v *Soph.* [45, I. 218b–c], kde čteme:

> Nyní totiž je, pokud jde o tento pojem [sofisty], tobě a mně společným majetkem toliko jeho jméno, kdežto činnost, pro kterou to jméno dáváme, máme možná v mysli každý zvlášť sám pro sebe; avšak vždy a při všem je třeba, aby byla sjednána dohoda spíše o věci samé prostřednictvím výkladů nežli o samotném jméně bez výměru.

Vychází se tedy od jisté „vrženosti“ do společného světa, ve kterém používáme nějaká slova. Snahou hosta bude nyní dosáhnout shodu a dohodu o tom, co tímto slovem myslíme, a tedy ukázat jaký mu přísluší výměr, který se stane majetkem všech zúčastněných spolu se slovem samotným a zajistí tak, že jejich výpovědi budou nejen používat stejná slova, ale budou mít i stejné významy. Na této úrovni tak ještě nejsme nuceni postulovat platnost nějakého tvrdého platonismu, ale vidíme, že takovéto tázání má smysl již na zcela pragmatické a „přízemní“ bázi. Zároveň však uvidíme, že text samotný nás do světa idejí *par excellence* zavede, když bude host zkoumat možnost bytí nejsoucna.

Host však ihned poukáže na to, že pojem sofisty je nejspíše příliš komplikovaný, a tak bude provedeno ukázkové hledání výměru rybáře udičníka, přičemž základní větve dělení budou používány i v následujících zkoumáních, kdy sofista bude například považován za určitý druh lovce — totiž lovce lidí. Přechod k tréninkové ukázce dělení pro nás teď bude mít zásadní důležitost, protože ať už budou motivy a základy dělení u Platóna jakékoli, uvidíme velmi názorně to, co mohlo Aristotela na teorii kategorického sylogismu přivést. Obrázek 3.1 se tak pokouší zachytit, jak postupuje host při hledání výměru *rybáře udičníka.*[4] Snahou hosta je na každém kroku nabídnout dvě cesty, ze které si Theaitétos vybírá tu, na které by se mohl nacházet hledaný pojem, a to tak dlouho, až se dopracují k místu, které bude přesně zachycovat (respektive: na kterém se shodnou, že zachycuje) výměr hledaného pojmu.

Srovnáme-li uvedený postup s tím, co se o dělení říká ve *Faidrovi* ([45, II. 265e]), uvidíme, že tomuto dělení k dokonalosti nejspíše leccos chybí, protože požadavky na správný vý-

[4]Uvedený tréninkový výměr je nejspíše založen na podobnosti řeckých slov udičník (ἀσπαλιεύς) a táhnouti vzhůru (ἀνασπᾶν). Viz pozámku 9 v [45, I. str. 537].

měr nejsou nijak malé.[5] Základním požadavkem je „býti schopen zase naopak rozdělovat podle pojmových druhů na přirozené členy a snažit se nezlomit přitom žádnou část po způsobu špatného kuchaře.“ Nabízí se otázka, zda jsou jednotlivá dělení vskutku přirozená, a tedy „provedená po způsobu dělení dobrého kuchaře“, kterou však v tento moment ponecháme nezodpovězenou, protože by nás to zavedlo mnohem dále, než bychom chtěli jít. Z uvedeného citátu je však jasné, že ve správném případě dělení bychom se měl snažit zachytit skutečnou podstatu daného pojmu. Pro náš záměr je však nyní dostatečná i ukázka výměru udičníka. Podíváme-li se totiž na úplný závěr hledání, nacházíme zde vyjádření následujícího druhu:[6]

Noční způsob ($A$) úderného lovu se nazývá ($B_1$) lovem ohňovým. Veškerý denní způsob ($B_2$) způsobem hákovým. Hákový lov prováděný shora dolů je ($C_1$) vidličaření. A zbývá ještě jeden jediný způsob hákového lovu, prováděný vždy na hlavě a ústech kořisti, který se uskutečňuje tahem zdola nahoru holemi a pruty – ($C_2$) udičnictví.

Získáváme tak přímo následující „premisy“: (a) každý úderný lov je buď ohňový, nebo hákový a (b) každý hákový lov je buď vidličaření, nebo udičnictví. Protože tato dělení vyčerpávají vždy celý nadřazený pojem, můžeme tak přímočaře vytvořit následující sylogistické premisy:[7] $Aa(B_1 \vee B_2)$, $(B_1 \vee B_2)aA$, $B_2a(C_1 \vee C_2)$ a $(C_1 \vee C_2)aB_2$, přičemž $(B_1 \vee B_2)$ a $(C_1 \vee C_2)$ nelze v rámci sylogistiky dále nijak analyzovat, což bude i to, kde na dělení bude Aristotelés explicitně útočit. Ten totiž v *Apr.* [4, I. c.31 46a–b] bude tvrdit, že v těchto postupech chceme odvodit závěr, že (pro náš případ) „veškeré udičnictví je hákový lov“ $C_2aB_2$ za předpokladu, že víme, že „veškeré udičnictví je úderný lov“ $C_2aA$ a „každý úderný lov je ohňový nebo hákový“ $Aa(B_1 \vee B_2)$. Z těchto premis však hledaný závěr nutně neplyne, protože můžeme odvodit pouze to, že „veškeré udičnictví je ohňový nebo hákový lov“ $C_2a(B_1 \vee B_2)$. Aristotelés pak na tomto místě nazývá dělení „slabým sylogismem“ na základě toho, že se předpokládá to, co se má teprve dokázat a dochází zde k takzvanému *petitio principii.* Zároveň jsme v 31. kapitole upozorněni na to, že dalším negativem dělení je nemožnost jakéhokoli vyvrácení.[8] Pozitivní vlastnost dělení nalézá Aristotelés v užitečnosti pro tvorbu definic, jak nás o tom informuje v delší části *Apo.* [5, II. c.13 96b–97a].[9]

---

[5]Čemuž se nelze divit, vezmeme-li v úvahu velkou důležitost tohoto postupu v Platónově dialektice.

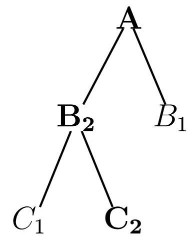
[6]*Soph.* [45, I. 220d–e]

[7]Disjunkce je zde chápána vylučujícím způsobem.

[8]Podobnou kritiku dělení provází Aristotelés v druhé knize druhých analytik. Viz *Apo.* [5, II. c.5 91b–92a].

[9]Srovnej též [21, str. 11–42].

Aristotelés má bez pochyby pravdu, když dělení kritizuje jakožto *petitio principii*, ale tato kritika záleží na tom, jakým způsobem je dělení použitelné či používáno. Na danou situaci se též můžeme podívat jinak a ukázat, jakým způsobem mohlo být dělení výrazným vodítkem k sylogistice jako takové.




Obrázek 3.2: Dělení

Uvažujeme-li totiž situaci z obrázku 3.2 jako předem danou, můžeme z předpokladů,[10] že „veškeré udičnictví je hákový lov“ $C_2aB_2$ a „veškerý hákový lov je úderný lov“ $B_2aA$, odvodit závěr, že „veškeré udičnictví je úderný lov“ $C_2aA$. Zde se nám totiž zřetelně ukazuje jedna věc, jíž je cesta, jak přicházíme k určité znalosti, a jak tuto cestu můžeme následně využívat. U Platóna můžeme (na tomto místě) mluvit o odkrývání či vzpomínání, kdy postupně od nejobecnějších rodů sestupujeme a hledáme, kde by se ten který pojem mohl skrývat a díky tomu sestavujeme daný „strom“. Máme-li však k dispozici již pouze tento strom a předpokládáme-li, že naše základní informace se skládají vždy pouze z tvrzeních o bezprostředních následnících, je možnost použití sylogismu opravdu na místě. Sylogismem si totiž v daném stromu doplňujeme/vytváříme nová spojení mezi jednotlivými uzly a ze stromu se tak stane obecný *graf*, který přesněji zachytí naše „nově“ nabyté znalosti.
Toto se stane ještě přirozenějším, přistoupíme-li na závěr Barnesova článku *Aristotelova teorie důkazů* [14], který se snaží ukázat, že sylogistika je metoda určená primárně pro didaktické účely, kdy pouze dokazujeme závěry, které jsme předtím museli získat jinou cestou – zde například oním platónským „rozpomínáním se“, případně induktivní cestou z empirických poznatků. Barnesovými vlastními slovy ([14, str. 79]):

> Když Aristotelés rozvíjel svou teorii důkazů a sestavoval pojetí důkazní vědy, neříkal tím vědci, jak vést výzkum, nýbrž dával mu rady ohledně nejúčinnější a nejúspornější metody k povznesení svých svěřenců. Teorie důkazu předkládá formální pojetí toho, jak by se vědní celky měly prezentovat a vyučovat.

Stojí zde tedy dva postupy. Platónův, který se snaží, z (pro Aristotela nepřijatelných a jím takto chápaných) předpokladů o možnosti a způsobu poznávání idejí určitých pojmů,

[10]A to samozřejmě pouze tehdy, předpokládáme-li, že daný pojem, který není kořenem, stromu vždy cele spadá pod svého přímého předchůdce.

získat/obnovit znalosti dalších pojmů a vztahů mezi nimi a Aristotelův, který se snaží obdržet, z nutných premis, získaných jiným způsobem, nějaké nové nutné závěry a rozšířit tak svoje vědění. Zároveň upozorněme, že toto je jen jeden z možných způsobů, jak Platónovo učení číst, který si neklade za cíl být nutně správný. Zdá se však, že nějaký takový typ čtení má na mysli i Aristotelés, když Platónovu teorii idejí kritizuje a skoro jistě má před sebou i texty, které zde používáme my. Z tohoto důvodu je pro nás takové čtení na těchto místech užitečné.[11]

Jistě, tento uvedený příklad se zdá z mnohých důvodů primitivní, ale pro to, že nějaký takovýto příklad mohl Aristotela na cestu sylogistiky přivést hovoří i terminologie, kterou používá a zároveň jeho explicitní vypořádávání se s metodou dělení jako takovou. Tento příklad sylogismu *Barbara*, který jsme uvedli výše, tak ospravedlňuje použití termínů jako je „vyšší" („větší" – $\mu\epsilon\acute{\iota}\xi\omega\nu$) a „nižší" („menší" – $\grave{\epsilon}\lambda\acute{\alpha}\tau\tau\omega\nu$) a „střední" ($\mu\acute{\epsilon}\sigma o\nu$) „termín" ($\acute{o}\rho o\varsigma$, tedy „bod", „konec", „hranice", „limit"), případně i premisa ($\pi\rho\acute{o}\tau\alpha\sigma\iota\varsigma$, doslovně protažení linie z bodu do bodu), které pro případ sylogismů první figury dávají dobrý názorný smysl. Zejména pak u sylogismu, který Lynn Rose nazývá *ideální Barbara*. Ideální proto, že splňuje následující tři podmínky: (1) Jde o sylogismus, jehož všechny složky jsou univerzální afirmativní věty. (2) Premisy (a závěr) jsou skutečně pravdivé. (3) Vyšší termín reprezentuje největší třídu, střední menší a nižší nejmenší, přičemž střední termín je vlastní částí vyššího a nižší vlastní částí středního termínu.[12] Aristotelova terminologie je tak zcela přirozená pro tento případ a v dalších figurách se stává, spolu se zavedením proměnných, pouze „technickým slovníkem" bez přímé souvislosti s tím, o čem se mluví. Při naší poznámce o trivialitě tohoto pozorování upozorněme však na to, že později ukážeme, jakým způsobem sám Aristotelés dokázal svůj deduktivní systém omezit na dva „evidentní" sylogismy první figury, několik konverzích pravidel a mírně problematickou potřebu nepřímého důkazu. Spíše bychom toto pozorování mohli použít jako začátek „okružní cesty", kdy se od prvních evidentních náhledů dostaneme ke kompletnímu určení všech platných sylogismů, abychom se nakonec opět vrátili pouze k těm prvotním jednoduchým případům a evidentním náhledům poté, co jsme ukázali, že jsou

[11]Proti teorii idejí jako konzistentnímu celku, respektive proti snaze různé dílčí teorie takto spojit, se staví v českém prostředí například Karel Thein v nedávné publikaci *Vynález věcí* [60], kde v závěru na straně 443 píše: „Různým oborům skutečnosti prostě odpovídá různý *způsob* popsatelnosti a poznatelnosti." Tyto způsoby jsou pak reprezentovány různými koncepcemi z Platónových dialogů, pro které je snaha o jejich shrnutí pod jednu koncepci ne zcela plodná. Srovnej též text Wolfganga Wielanda *Ideje bez teorie idejí* na stranách 24–50 v [48].

[12]Viz [49, str. 9].

ty komplikovanější formálně převeditelné na jednodušší.

Upozorněme zde ještě, že existují i jiné teorie o tom, kde se mohla teorie sylogismu Aristotelovi u Platóna ukázat. Tímto jiným směrem, s explicitním zamítnutím nejen našeho řešení, se vydal v první polovině 20. století Paul Shorey, který ve článcích [52] a [53] hájí tezi, že hlavním místem, které mohlo vést k Aristotelově inspiraci nejsou místa spjatá s metodou dělení, ale pasáž *100f–105c* dialogu *Faidón*. Zde jde hlavě o konec z uvažované pasáže, kde vskutku nalezneme argumenty velmi podobné sylogismům. Konkrétně jde o následující dvě pasáže (*Phd.* [45, I. 104d, 105b–c]):

> Víš přece, že cokoli zaujme idea čísla tři, musí být netoliko tři, nýbrž i liché.
>
> Kdyby ses mne totiž ptal, co svým vniknutím do těla způsobí, že tělo bude teplé, nedám ti tu jistou odpověď, tu nevzdělanou, že teplost, nýbrž tu vtipnější, vyplývající z nynějšího výkladu, že oheň. Ani jestliže se otážeš, co svým vniknutím do těla způsobí, že tělo onemocní, neřeknu, že nemoc, nýbrž, že horečka.

Z těchto částí následně Shorey extrahuje „sylogismy“ následujícího tvaru:[13] „Teplo je v ohni“ a „oheň je v tomto těle“, tedy „teplo je v tomto těle.“ Případně z „přítomnost ohně je přítomností tepla“ a „oheň je přítomný v těle“ vyvozujeme, že „teplo je přítomné v těle.“ A sám tato vyjádření ihned převádí do „modernější“ podoby: „všechny žhnoucí věci jsou horké, toto tělo je žhnoucí, toto tělo je horké.“ Tato argumentace je podepřena několika filologickými úvahami a poukazem na to, že podobně jako v této Platónově pasáži, jde i u sylogistiky (částečně) o vysvětlování a zachycování kauzality. Tento aspekt „příčinnosti“ však u dělení rozhodně nenalezneme. Myslím, že můžeme snadno i tuto pasáž z *Faidónu* zahrnout jako jeden z možných inspiračních zdrojů pro Aristotela. Zároveň se však nedomnívám, že poukázaná možnost zahlédnutí sylogismu v již sestaveném stromu, je zcestná a irelevantní.[14] Je to zajisté pouze možnost a Aristotelés sám se nikde explicitně nevyjadřuje ve smyslu „to a to u Platóna mě přivedlo k sylogismu“, avšak jeho explicitní vypořádávání se (byť negativní) s metodou dělení jasně ukazuje, že měly dialogy, ve kterých se o této metodě mluví, při vzniku sylogistiky své místo. Což by mělo být jasnější i

[13] Viz. [52, 10–11].

[14] Jak tvrdí například Moravcsik v [39, str. 18 – 20], který se vymezuje nejprve zcela oprávněně proti tomu, že by zde byl nějaký přímý vztah mezi postupem dělení a sylogistikou, ale zároveň i neuznává možnost, že by „výsledek“ dělení, se kterým se v Akademii Aristotelés jistě často setkával, nemohl „ukázat“ právě „kanonickou“ formu sylogismu.

po další části, kde se podíváme na další styčné body mezi Aristotelovou logikou a dialogem *Sofistés*.

### 3.1.2 Další témata

*Sofistés* totiž neobsahuje pouze možnou inspiraci pro sylogismy jako takové,[15] ale i jeho další části nám napoví, kde se mohl Aristotelés inspirovat pro jiná rozlišení, jak se nyní pokusíme alespoň nastínit, přičemž se pokusíme nezabřednout do tohoto tématu více, než bude nutné. Při hledání výměru sofisty se totiž dostane host a Theaitétos do místa, kde se o sofistovi prohlásí, že má (*Soph.* [45, I. 233d]) „ve svém majetku jakési zdánlivé vědění o všech věcech, ale ne pravdu.“ To odstartuje dlouhou expozici o tom, jak je možné (je-li to vůbec možné) vypovídat nejsoucno, vypovídat něco o nejsoucnu či mít nepravdivé mínění, které je definováno jako (*Soph.* [45, I. 240d]) „to, které má předmětem opak proti tomu, co jest.“[16] Tato palčivá otázka byla totiž v Řecké tradici studována běžně a byl zde přítomný i názor (nejen mezi sofisty), že nejsoucno a nepravdu nelze vůbec vyslovit. Jak říká na počátku host, je (*Soph.* [45, I. 236e]) „naprosto těžko pochopiti, jakým výrazem se má říci nebo mysliti, že nepravdivé věci skutečně jsou, aby se člověk, když je vysloví, nezapletl do sporu.“ Následné úvahy o nejsoucím ukáží, že nejsoucí nejspíše není nějakým radikálním protikladem jsoucího, na čemž bývá založena argumentace, že ho vůbec nelze vyslovit. Problematičnost nejsoucího se nakonec zdá být úplně stejná, jako problém toho, co je vůbec jsoucí, protože (*Soph.* [45, I. 250e–251a]) „podle toho, jak se to nebo ono z nich objeví buď slaběji nebo jasněji, že se také objeví i to druhé.“

To, že nejsoucno nějakým způsobem je, se ukazuje při analýze takzvaně *nejvyšších rodů*. Těchto rodů je jmenováno pět:[17] pohyb, klid, jsoucno, totožnost a různost, a je dokázáno, že každá z těchto idejí musí mít samostatnou bytnost a vyjevují se základní vzájemné vztahy mezi těmito nejvyššími rody.[18] Hostovou snahou je ukázat, že nejsoucno je rozptýlené ve všech idejích (a věcech) tím způsobem, že díky němu jsou jednotlivé ideje různé

[15] Ať už je to pouze naše zbožné přání, či realita.

[16] Tuto expozici můžeme nalézt v textu *Sofisty* na stranách 233d–264b.

[17] Zároveň se v těchto pasážích vyvracejí některé prominentní názory na povahu jsoucího, ze kterých jsou také vzata některá základní rozlišení a která slouží jako odrazový můstek pro další úvahy.

[18] Nikde se však netvrdí, že by tím byly všechny *nejvyšší rody* pojmenovány a zanalyzovány. O jejich kompletní výčet se pokouší například Reale [47, str. 334]. Tento výčet se však děje v rámci Realeho „komplexního systému“, který je založen na „Platónových nepsaných naukách“ a vůči kterému lze vznést mnohé námitky. Zajímavé je též srovnat Platónův seznam se slavným seznamem protikladných počátků u Pythagorejců, jak nám ho předkládá Aristotelés v první knize *Metafyziky* [10, A.5.986a22–27].

od ostatních idejí.[19] Zdá se, že nejsoucno má své sídlo v ideji různosti, která přistupuje ke každé ideji, aby jí odlišila od ostatních. Nejsoucí tak přistupuje i k ideji jsoucího, které (*Soph.* [45, I. 257a]) „je tolikrát nejsoucí, kolik jest ostatních rodů; neboť protože není totožné s oněmi, jest sice samo jedno, avšak na druhé straně nesčíslným množstvím ostatních rodů není." Důležité pozorování, které host na straně 257b provádí, je, že mluvíme-li o nejsoucnu, není to něco opačného proti jsoucnu, ale něco pouze různého od toho vůči, čemu se nejsoucno vypovídá. A proto jsou o něm možné výpovědi. Různost, která snad skutečně je s nejsoucností ztotožňována,[20] je totiž relační vlastnost, kdy něco je různé od něčeho, a tak pokud uvažujeme „negaci" nějakého tvrzení, uvažujeme ideje (věci) různé od toho, co je tvrzeno. Host sám uvádí příklady, kde „ne velké" označuje věci malé a stejné a (*Soph.* [45, I. 257e]) „pojem nekrásna vzniká zajisté tak, když se cosi od jistého rodu jsoucen oddělí a zase naopak se proti jistému ze jsoucen postaví."[21]

Po výkladech o (ne)jsoucím se dostaneme v rámci dialogu k řeči ($\lambda o \gamma o \sigma$).[22] Řeč a mínění je možná (a díky tomu i samotná filosofe, která je „doma" právě v řeči), pokud se nestane, že budeme nějakou věc (například právě nejsoucí) naprosto oddělovat od všeho ostatního, protože „právě vespolným spojením idejí vzniká řeč" jako jedno ze jsoucen. A řeč se, právě v momentě naprostého oddělení nejsoucího od jsoucích věcí, rozpadá a zcela „zastavuje". Možnost řeči je založena v inteligibilní struktuře skutečnosti (zde mluvíme o „ideální skutečnosti"), která zaručuje síť vzájemných vztahů mezi jednotlivými rody, kdy se sice ne nutě všechny rody mezi sebou „mísí" a spojují, ale žádný z rodů nestojí zcela osamocen a izolován od ostatních.[23] Tyto vztahy pak můžeme právě v řeči (myšlení) vypovídat (mínit). Zjištění, zda je možná nepravdivá řeč, je založeno v tom, že *(a)* musíme vědět, co řeč je a tedy vědět, kdy má cenu uvažovat o možnosti (ne)pravdivosti vůbec, a *(b)* zda se s řečí

[19]Viz *Soph.* [45, I. 260b]: „Nejsoucno je, jak se nám ukázalo, jeden jistý rod mezi ostatními, rozsetý po všech jsoucnech." Je však potřeba upozornit, že není zcela jasné, co všechno jsou tato jsoucna.

[20]O čemž nás může přesvědčit pasáž *Soph.* [45, I. 259a–b].

[21]K tomuto srovnej 46. kapitolu první knihy *Prvních analytik.*

[22]Tyto úvahy zabírají pouhé čtyři strany textu – *Soph.* [45, I. 260a–264b].

[23]Zcela záměrně zde neuvažujeme napětí a korekce, která se vyskytují v rámci jiných dialogů. Nám zde jde o to poukázat na styčné body s Aristotelem a pro tento účel se zdá relativně vhodné zaměřit se zde pouze na dialog *Sofistés.* Toto prohlášení je o to potřebnější, srovnáme-li ho s tvrzením ze strany 25 dříve zmíněné Theinovy knihy [60], kde čteme: „Domnívám se naopak, že v případě Platóna (nikoli jeho pokračovatelů) je nejen zbytečné, ale opravdu chybné postulovat jakékoli *vztahy mezi idejemi navzájem*, a to bez ohledu na jejich typ." Naštěstí pro nás se o stránku dále explicitně uvádí, že „důraz na absenci vzájemných vztahů mezi idejemi . . . předpokládá, že máme co do činění s rozpravou jiného zaměření, než je úvaha . . . v dialogu *Sofistés.*"

samotnou mísí nejsoucno. Tak totiž vzniká nepravdivá řeč, která je právě proslovením „věci nejsoucí". Zde se však můžeme všimnout určitého napětí. Nabízí se otázka, proč nejsoucno, rozeseté po všech jsoucnech, v jednom případě způsobuje, že nějaká věc (idea) je odlišná od jiné a v jiném zajišťuje nepravdivost dané výpovědi. Mohlo by to též také být tak, že nejsoucno by řeči zaručovalo možnost různých výpovědí vůbec bez ohledu na jejich (ne)pravdivost. Tuto linii však host z Eleje nesleduje a zaměřuje svoji pozornost na vztah mezi nějakou řečí a tím, o co v této řeči jde. Vlastní sítě vztahů v rámci řeči samotné pak zůstanou na tomto místě explicitně neprozkoumané. V sekci *Soph.* [45, I. 261c–263e] se nám dostane (ne zcela vyčerpávající) odpovědi na oba výše zmíněné body, které posléze budeme moci srovnat s Aristotelovým zkoumáním.

Řeč je tak složená ze slov, která jsou vyslovována po řadě za sebou a dávají jistý smysl, neboť tato slova se k sobě hodí.[24] Po řeči je vyžadováno, aby vyslovená slova projevila nějakou činnost či nečinnost vzhledem k jsoucnosti nějakého jsoucna nebo nejsoucna, přičemž „první a nejkratší řeč"[25] je složena ze slovesa (které vyjadřuje nějakou činnost) a jména (označující podmět této činnosti). „Něco vypovídá" a „nutně musí být řeč o něčem a aby byla o ničem, není možné."[26] Zde je tedy řeč zúžena na oznamovací věty, kterým bude možné přisuzovat pravdivost či nepravdivost, podobně jako tomu bude v logických úvahách Aristotelových, který však zmíní i jiné možnosti. Výměr toho, co je pravdivá a nepravdivá řeč na základě dvou situačních příkladů — totiž: „Theaitétos sedí" a „Theaitétos, s kterým já nyní rozmlouvám, letí", je pak následující (*Soph.* [45, I. 263a–b], zvýraznil MF):

> *Host* Avšak podle našich slov musí mít každá z řečí jistou vlastnost.
>
> *Theait.* Ano.
>
> *Host* Jakou jest tedy nazvati jednu i druhou z těchto?
>
> *Theait.* Patrně jednu nepravdivou, a druhou pravdivou.
>
> *Host* Ta *pravdivá pak vypovídá o tobě něco jsoucího*, jak to jest.
>
> *Theait.* Jak jinak?
>
> *Host* Avšak *nepravdivá něco různého od jsoucna.*
>
> *Theait.* Ano.

[24]Viz *Soph.* [45, I. 261d–e].

[25]Jejímž příkladem je zde věta: „člověk se učí".

[26]Viz *Soph.* [45, I. 262a, 262c–d].

*Host Mluví tedy o nejsoucnu jako o jsoucnu.*

O kousek dále pak získáme definici nepravdivé řeči, která z výše uvedeného plynule vyplývá (*Soph.* [45, I. 263d]):

> Když se tedy o tobě vypovídají věci různé jakoby tytéž a věci nejsoucí jakoby jsoucí, docela se podobá pravě, že takováto skladba, vznikající ze slov a jmen, se stává vskutku a doopravdy řečí nepravdivou.

Nepravdivá řeč, mínění, je tedy možná a na základě tohoto „dokázaného" faktu lze pokračovat v hledání závěrečného výměru sofisty. Místem, kde se skrývá výměr sofisty, je tak nakonec (*Soph.* [45, I. 268c–d]):

> napodobovací činnost projevující se v umění zaplétání do rozporů, které náleží k záludné části umění pracujícího se zdáním, rodu přeludového, kejklířství v řečech, ne božská, nýbrž lidská část tvoření, oddělená od umění obrazotvorného.

Toto shrnutí zkoumání, provedených v rámci dialogu *Sofistés*, budeme moci za chvíli konfrontovat s Aristotelovou analýzou logu a speciálně apofantického logu, který se stane základním kamenem logiky nejen pro Aristotela, ale i pro následující generace logiků se všemi pro a proti, které z takovýchto úvah plynou. Tato konfrontace též „prokáže", že dialog *Sofistés* nejspíše hrál velmi významnou roli v rámci vzniku spisu *O vyjadřování.*

## 3.2 Aristotelova nauka o soudu

Naším zájmem v této práci je teorie kategorického sylogismu. Pokud bychom chtěli poskytnout co nejužší vymezení textů, z nichž by bylo možné při analýze sylogistiky vycházet, pak se omezíme, ve shodě s Corcoranem (viz například [17], [18], [19]), na kapitoly 1, 2, 4, 5 a 6 z *Prvních analytik*, 5. kapitolu *Kategoií* a 7. kapitolu spisu *O vyjadřování.* Z těchto textů je již možné poskytnout dosti úplnou prezentaci Aristotelova systému, ale my naší knihovnu ještě trochu rozšíříme, abychom mohli prezentovat další Aristotelova rozlišení a jeho meta-teoretické úvahy ohledně sylogistiky. První, čemu se zde budeme věnovat, je Aristotelova nauka o soudu. Soudu jako takovému se věnuje na více místech, ale jeden z textů má toto téma jako své stěžejní. Je jím krátký spis *O vyjadřování*, který se zabývá jednoduchým kategorickým a modálním soudem spolu s možnostmi jeho negace, přičemž se nejspíše jedná o první takto samostatně pojaté pojednání o soudu jako takovém.

Tato zkoumání můžeme napojit na ta, která byla provedena v *Kategoriích*, kde je, zjednodušeně řečeno, v centru pozornosti jednotlivý, izolovaný výraz a jeho zařazení do té které kategorie, aniž bychom zde chtěli rozhodovat, zda jsou tyto kategorie ontologické či logicko-gramatické koncepty.[27] Dále jsou zkoumány vlastnosti a vztahy v rámci dané kategorie a případné vztahy mezi jednotlivými kategoriemi. Tento text se též, byť ne explicitně, vymezuje vůči Platónovi, když jedním ze stěžejních témat je to, že jediné samostatně jsoucí jsou takzvané „první podstaty“ ($o\dot{\upsilon}\sigma\acute{\iota}\alpha$). První podstatou je například (*Cat.* [2, c.5 2a]) „určitý člověk, nebo určitý kůň“,[28] zatímco (*tamtéž*) „všechno ostatní se vypovídá buď o prvních podstatách jako podmětu, nebo jest v nich jako v podmětu“ a (*Cat.* [2, c.5 2b]) „kdyby tedy nebyly první podstaty, nemohlo by být nic jiného.“ Tím je ze hry vyloučena teorie idejí v té formě, jak jí chápal a kritizoval Aristotelés,[29] protože skutečným jsoucnem je pouze konkrétní jednotlivina ve světě a je zcela upřena jsoucnost jakýmkoli abstraktním entitám někde „mimo“ tento svět.[30] Detailní rozpracování témat kategorií zde ponecháme stranou, ale budeme se případně pokoušet upozorňovat na to, kde se uplatnily závěry tohoto textu, protože je zřejmé, že se uplatnily ve velké míře.

### 3.2.1 Jazyk

První čtyři kapitoly spisu *O vyjadřování* shrnují takřka přesně to, co jsme viděli výše v rámci Platónova sofisty, a přidávají některá další témata, přičemž se zaměřují na to, čemu bychom mohli říkat „přirozený jazyk“. Již úvodní věty si zajistily nehynoucí místo v dějinách filosofie a nespočet komentářů (*De Int.* [3, c.1 16a]):

> Mluvená slova jsou jistě znakem duševních prožitků a napsaná slova jsou znakem slov mluvených. A jako všichni nemají totéž písmo, tak ani jejich mluva není táž; avšak to, co mluva a písmo v první řadě označují, je již všem společné, totiž duševní prožitky a to, co prožitky zpodobují, totiž věci.

[27] Srovnej *Cat.* [2, c.4 1b]: „Každé slovo, které se vyskytuje bez jakékoli souvislosti, znamená buď podstatu, nebo kvantitu, nebo kvalitu, nebo vztah, nebo místo, nebo čas, nebo polohu, nebo vlastnictví, nebo činnost, nebo trpnost.“

[28] Jde tedy o konkrétní jednotliviny ve světě, ale samozřejmě situace je komplikovaná a určovat, co všechno pod toto rozlišení spadá, není nijak triviální.

[29] K jeho pochopení této teorie srovnej zejména relevantní pasáže první ($A$), sedmé ($Z$), třinácté ($M$) a čtrnácté ($N$) knihy *Metafyziky.*

[30] Nemluvě tedy už vůbec o tom, že by tato jsoucnost měla nějaké výsadní a zakládající postavení vůči jsoucnům ve světě.

Stručně řečeno: je zde arbitrární jazyk, který označuje společné duševní prožitky, které znázorňují věci ($\pi\rho\acute{\alpha}\gamma\mu\alpha\tau\alpha$). Co tyto věci jsou, ale nelze jednoduše určit jako „věci existující ve světě“, které jsou svázány s určitým jazykovým výrazem. Je tomu tak i proto, že Aristotelés například o kousek dál uvádí, že i „kozlojelen“ něco znamená, případně v *Druhých analytikách* píše, že (*An. Post.* [5, II.c.7 92b]) „mezi významy je totiž také nejsoucno“[31]. Řeč, obsahující například onen výraz „kozlojelen“, musí být analyzovatelná podle výše uvedeného schématu. Bez ohledu na tento problém nás již zde začne napadat možnost Aristotelova striktního odlišení syntaktické a sémantické stránky jazyka a tato možnost se nám bude jevit postupem času více a více pravděpodobná. Přečteme-li si pak některé pasáže *Prvních analytik*, budeme mít takřka jistotu. Dále vidíme, že Aristotelés se v těchto místech vzdaluje od Platónova názoru, že myšlení je (*Soph.* [45, I. 263e]) „rozhovor, který vede duše ve svém nitru sama se sebou bez hlasu“,[32] protože jeho pozorování sledují paralelní vlastnosti, které vykazuje zvlášť v myšlení a zvlášť v mluvě.[33] Jejich důležitou společnou vlastností (ať už je jinak jejich vztah jakýkoli) je to, že v obojím se mohou vyskytovat jejich elementy (myšlenky a slova) tak, že u nich nelze mluvit o pravdivosti či nepravdivosti, (*De Int.* [3, c.1 16a]) „nepřidá-li se k tomu „jest“ nebo „není“, a to buď vůbec, nebo s udáním času.“ Pro to, abychom mohli mluvit o pravdivosti, se vyžaduje, aby došlo ke spojení či rozloučení nějakých myšlenek případně jmen a sloves.[34]

### 3.2.2 Jméno a sloveso

Další dvě kapitoly se zabývají tím, co je jméno a co sloveso, přičemž se tyto definice velmi blíží tomu, jak je specifikoval Platón v *Sofistovi*. Základní definice vypadají následujícím způsobem (*De Int.* [3, c.2 16a, c.3 16b]):

---

[31] Viz více v [25, str. 281–282].

[32] Případně *Tht.* [45, I. 189e].

[33] To se nám vyjevuje i čteme-li spis *O duši*, který se myšlení široce věnuje a takto přímočaré spojení mezi řečí a myšlením nikde nečiní.

[34] S tímto lze srovnat i úplný závěr čtvrté kapitoly *Kategorií*, kde Aristotelés říká (*Cat.* [2, c.4 2a]):

> Žádný z uvedených pojmů sám o sobě neobsahuje klad nebo zápor, nýbrž klad nebo zápor vzniká teprve jejich vzájemným spojením. Neboť každý klad a zápor je buď pravdivý, nebo nepravdivý. Ale z toho, co se nevypovídá ve spojení, nic není pravdivé, ani nepravdivé, na př. člověk, bílé, běží, vítězí.

Zároveň však upozorněme na to, že v dalším se budeme věnovat ještě jednomu významu „pravdivosti“ u Aristotela, pro který toto neplatí.

> Jméno je hlas, mající význam podle dohody bez časového určení, jehož žádná část nemá význam.
>
> Sloveso je slovo, které spoluznačí čas, jehož žádná část nemá samostatný význam a jež je vždy označením toho, co se vypovídá o jiném.

Vyjádření „význam podle dohody“, které za malý okamžik uvidíme znova, nás opět přesvědčuje o arbitrárnosti jazyka, přičemž je třeba pouze poznamenat, že i Aristotelés činí malou a rozumnou výjimku, když například slova, kterými vyjadřujeme zvuky zvířat, z této libovolnosti vyřazuje.[35] To je však velmi velký posun od toho, co se můžeme, ústy Sókrata, dozvědět v dialogu *Kratylos*, kde mají mít jména snad opravdu nějaký přímý vztah k tomu, co označují už jen díky své podobě.[36] Zároveň je dobré si v těchto kapitolách všimnout, že se Aristotelés snaží o relativně úzké vymezení ve stylu „nic jiného, než ..., není X“. Do tohoto zúžení můžeme zařadit i explicitní vypořádání se s flexí jmen a sloves, která nevytváří nové slovo, ale jsou pouze tvarem nějakého jiného slova.[37]
Všimněme si pak ještě poslední části definice slovesa, když je popsáno jako to, „co se vypovídá o jiném.“ Tento dodatek nám umožní pochopit to, jak bude o chvíli později vypadat první explicitní příklad nějakého soudu, kde přisuzovaný predikát rozhodně nebude slovesem v gramatickém smyslu. Rozdělení zde bude takové, že se bude něco („sloveso“) vypovídat o něčem („jméně“) a zdá se tak, že zde dochází k napětí mezi inspiračním zdrojem (dialogem *Sofistés*) a naším textem, kdy je pole působnosti slovesa výrazně rozšířeno nad svůj gramatický význam. Jak však uvidíme, bude hrát sloveso v soudu stále důležitou roli.
V těchto dvou kapitolách jsou ještě zcela syntakticky definována „neurčitá“ jména a slovesa, jako jména či slovesa s předponou „ne“, která (*De Int.* [3, c.2 16a]) „se stejně hodí na cokoli, i na to, co jest, i na to, co není.“ Příkladem takového jména je „ne-člověk“

[35] Víme však také, jak rozdílné zvuky „vydávají“ zvířata podle mluvčích různých jazyků. Zde se tedy blížíme spíše onomu „podle dohody“ s tím, že se sice snažíme zachytit nějaký konkrétní zvuk, ale prostřednictvím, v jistém smyslu, radikálně odlišného a komplexnějšího média, jazyka.

[36] Viz *Crat.* [45, I. 387b nn]. K tomu tvrzení nás mohou vést následující pasáže: „Jméno je tedy nástroj k poučování a k rozebírání jsoucnosti právě tak jako brdo k rozebírání tkaniny.“ „Není ... věcí každého muže dáti jméno, nýbrž jen nějakého výrobce jmen.“ „Zdalipak ... nemusí i onen zákonodárce umět vkládat do hlásek a slabik jméno přirozeně vhodné ke každé jednotlivé věci... Jestliže pak při tom neužívá každý zákonodárce týchž slabik, nic není třeba se nad tím pozastavovat... “ „Kratylos má pravdu, když tvrdí, že jména náleží věcem přirozeně... “

[37] Podobné náběhy pak nalezneme i v Kratylovi.

a slovesa „ne-veselí se“.[38] V textu je slůvko „ne“ (*ούκ*) vždy předsazeno před jméno či sloveso, takže zde nalézáme příklad „ne-člověk“ ve formě *ούκ άνθρωπωσ*.[39] Tato definice neurčitých jmen a sloves je pak nejspíše založena (i) na tom, že v řečtině žádná slova začínající na *ούκ* přirozeně neexistovala.[40] V češtině by se tomuto mohla vymykat dvojice typu „nestyda“ – „styda“, „nemrava“ – „mrava“, „nestvůra“ – „stvůra“, kde záporná varianta zcela evidentně (snad až na nestvůru) označují něco smysluplného a rozhodně se nejedná o umělé konstrukty. Na druhou stranu však ani „lida“ ani „mrava“ nic určitého neoznačují a zároveň zde dochází k naprostému přimknutí záporky k „původnímu“ jménu.[41]

### 3.2.3 Řeč a soud

Čtvrtá a pátá kapitola nás pak přivádí k jádru tohoto spisu, jímž je nejprve řeč (*λόγοσ*) jako taková a posléze soud (*λόγοσ αποφαντιχός*, *ὰπόφανσις*) (*De Int.* [3, c.4 16b–17a].):

> Řeč (*λόγοσ*) je hlas, který má význam podle dohody a z jehož částí některé mají význam jako výraz (*φάσις*), nikoli však jako kladný nebo záporný soud.
>
> ...
>
> Tedy každá řeč má význam, ale ne jako přirozený nástroj, nýbrž, jak bylo řečeno, podle dohody. Každá řeč však není soudem, nýbrž pouze ta, v které je skutečně pravda nebo nepravda.[42]

---

[38] Sloveso „ne-veselí se“ je pak použito pouze v českém překladu, protože Aristotelův příklad nedává v češtině dobrý smysl.

[39] Zdá se tedy, že v těchto místech Aristotelés chápe „ne“ jako množinovou operaci doplňku, přičemž bychom mohli tvrdit, že problémem zde je, že všechny prvky, přes které vybíráme, netvoří množinu, a tak nám tento operátor nedodává něco smysluplného.

[40] Srovnej toto tvrzení s rozsáhlým slovníkem a lexikonem starořečtiny, který lze nalézt na *http://www.perseus.tufts.edu.* Zde je jediná výjimka vlastní jméno Úkalegón (*Οὺκαλέγων*), znamenající doslova „nestarající se“, což je člen sboru Trójských starších o němž nalezneme řecky zmínku pouze v *Íliadě 3.148.*

[41] Existuje novinový text Karla Čapka, který podává velmi široký výčet těchto slov v českém jazyce. Jde o článek *Klad a zápor čili čtení pro pesimisty* v Lidových novinách ze dne 17.11.1922. K nalezení je též na stránce *http://www.mlp.cz/koweb/00/02/77/60/94/od_cloveka_k_cloveku_i.html.*

[42] Protože se nám to bude za chvíli hodit, uveďme, jak je část tohoto citátu přeložena u Vollratha v textu [62, str. 114]: „každý logos je manifestativně poukazující. . . , avšak ne každý je manifestativně ukazující.“

Řeč je tedy opět arbitrárně utvořená jednota, která má nějaký význam, ale je zde na místě upozornit na to, že Aristotelés vyžaduje po běžné (neformální) řeči (*logu*) ještě jednu důležitou věc, kterou je její manifestativnost — schopnost odhalovat. Vollarth dokonce tvrdí, že tato manifestativnost je pro *logos* určením primárním. V Rétorice, jejímž tématem je řeč jako taková, totiž čteme, že (*Rhet.* [9, III.2 1404b2]): „řeč nesplní svého úkolu, neučiníli věc jasnou.“ Vollrath pak tuto pasáž překládá „pokud logos nečiní zjevným ($\delta\eta\lambda o\tilde{\iota}$), pak nekoná dílo, které mu přísluší“ a zavádí v textu *Logos a věc* pro tuto manifestativnost *logu* termín *poietický charakter*, přičemž se odkazuje na Heideggera, který v sedmém paragrafu *Bytí a čas* poukazuje právě k tomuto primárnímu aspektu řeči (*logu*). Řeč (*logos*) je to, co má schopnost nechat něco vidět, něco ukazuje — totiž to řečené.[43] „Činit zjevným“ (*délún*) nás také v tento moment příjemně spojí s dříve zmíněnými Platónovými úvahami ze *Sofisty*, kde se sloveso nazývá *délóma* ($\delta\acute{\epsilon}\lambda\omega\mu\alpha$). Zásadní však je Vollrathovo prohlášení o tom, že právě tento poietický charakter řeči u Aristotela znemožňuje chápat řeč čistě jako prostřední člen mezi významem a označovaným. Tento tradiční trojiční přístup, který řeč zcela instrumentalizuje a činí formální, se podle Vollratha plně rozvinul až u Stoiků. Věnujeme-li se Aristotelovi, pak bychom nikdy neměli zapomínat na to, že „v řeči nelze abstrahovat od toho, o čem je v řeči řeč“, byť některé, pro nás zásadní, pasáže k tomu velmi svádějí.[44] K tomu, jak správě chápat význam slova *sémainein* — „označuje“, Vollrath říká ([62, str. 113]):

> *Sémainein* má tedy tento smysl: poukazovat přiváděním před to, o čem je řeč, poukazovat tím, že se manifestuje to, o čem je řeč, a tedy manifestovat poukazováním. *Sémainein* nesmíme odtrhávat od *délún*, protože jinak se znejasní a nakonec zcela vytratí vztah k tomu, o čem je řeč. K tomuto vytrácení však dochází teprve tehdy, kyž se logos a ukazování interpretují na základě znakového prostředkování logu jakožto nástroje.

Zároveň je důležité upozornit na to, že i Vollrath si plně uvědomuje jisté napětí v této koncepci. V *Analytikách* totiž dochází k mnohem formálnějšímu zpracování problematiky soudu a některé aspekty tohoto zpracování se dají s touto „odkázaností na věci“ spojit jen velmi těžko, pokud vůbec. Jedním ze základních požadavků na termíny vyskytující se v soudu, který má být použit v sylogismu, je totiž to, že tyto termíny jsou mezi sebou zaměnitelné. To znamená, že z toho, o čem se něco vypovídalo (tj. jméno), se stane to, co se vypovídá o tom druhém (tj. sloveso). Vollrath toto nazývá Aristotelovým objevem

[43] Srovnej [28, str. 49–51]

[44] Viz [62] zejména strany 105–109.

([62, str. 127]) „formálnosti logu", která záleží, mimo jiné, právě v této jeho „schopnosti" zaměňovat mezi tím, co se vypovídá a o čem se vypovídá. V desáté kapitole *O vyjadřování* sice nalézáme vzdáleně podobnou tezi, když čteme, že (*Dei.* [3, c.10 20b]): „přestavení jmen a sloves v soudu nemění jeho význam, např. *Bílý je člověk — Člověk je bílý*", ale zde si jméno a sloveso nevyměňují své role, ale pouze své pozice. Považujeme-li pevnou svázanost *logu* s touto realitou (tedy s tím, „o čem je v řeči řeč") jako platnou, pak to, zda má i „realita" takovou strukturu, zůstává v Aristotelově díle palčivou otázkou.

Další námitkou proti tomu, co bylo uvedeno v předchozích odstavcích, by mohlo být, že Vollrath (alespoň jak se mi zdá) ignoruje Aristotelovo vyjádření o povaze řeči ve vztahu k „duševním prožitkům", které jsme uvedli výše na straně 65, kde je jistá trojčlennost typu ([62, str. 108]): „zvuková podoba-význam-označené" minimálně naznačena. Přičteme-li k tomu úvahu z osmé kapitoly *O vyjadřování*, kde je ukázáno, jakým způsobem může mít jeden soud více významů, dostává předchozí úvaha další trhliny. Zde jsme totiž postaveni před situaci, kdy slovo „plášť" bude zároveň jménem člověka a koně, přičemž o „běžném" významu slova „plášť" zde Aristotelés nemluví vůbec. Na základě tohoto dvojího „křtu" budeme uvažovat o soudu „Plášť je bílý." Tento soud je jistě dobře utvořený, ale zdá se, že jeho schopnost manifestovat není tak velká, jak by Vollrath chtěl, když při vyslovení tohoto soudu bude manifestováno, přivedeno na světlo, něco zcela jiného než to, co by si ten, kdo mluví o panu či koni Plášti, skutečně přál. Ovšem i zde musí platit a platí Aristotelova poznámka z *Metafyziky*, kde čteme ([10, Γ.4.1006a35–1006b7]):

> Přitom nezáleží na tom, jestliže snad někdo řekne, že výraz označuje více [věcí], jsou-li jen něčím určitým; neboť pak je možno vždy pro každý pojem (*logos*) volit jiný výraz (*onoma*)... neboť neznamenat jedno [něco určitého] je tolik, co vůbec nic neznamenat.[45]

Formálnost-arbitrárnost jazyka je zde zcela nabíledni. Spojíme-li tuto umělou reinterpretaci významu se spoustou příkladů mnohovýznamovosti v *Sofistických důkazech*, pak se zdá, že již u Aristotela lze mluvit o oddělení syntaktické a sémantické stránky, se současným chápáním řeči (*logu*) jako výrazně formální entitou.[46] Ona vynucovaná *poietičnost* pak může být reziduem starších koncepcí, jako je třeba ona radikální kratylovská, která se právě v těchto formálních úvahách začne stávat (minimálně pro potřeby toho, co se stane formální logikou) neudržitelnou. Tato provázanost „řeči a skutečného světa" nám však ne-

[45] O aplikovatelnosti tohoto pozorování jsme i na tomtéž místě *O vyjadřování* přesvědčeni, jak za chvíli též uvidíme.

[46] Srovnej Bogerův text [15, str. 126–128].

přestane vstupovat do hry a ovlivní, jak ještě uvidíme, některé aspekty teorie sylogismu. Chtělo by se říci, že se zde výrazně objevuje napětí mezi Aristotelovou metafyzikou a logikou, kdy jeho logika v rámci své formálnosti již nedokáže plně respektovat požadavky metafyziky a *vice versa*.

Ve čtvrté kapitole vidíme dále zcela jasně, že soud (*logos apofantikos*) je pouze jednou z možných řečí, která se od ostatních druhů řeči odlišuje tím, že se v ní dá uvažovat o pravdivosti a nepravdivosti. Na tomto místě uvádí Aristotelés jako příklad řeči, která není soudem, prosbu, která „je sice řečí, ale není ani pravdivá, ani nepravdivá“, a zároveň nepřímo poukazuje, že takovýchto řečí existuje více, ale že nejsou předmětem daného zkoumání.[47] Na zevrubnou analýzu toho, jaké jsou druhy řečí si však budeme muset počkat až do příchodu stoiků, kteří se tomuto tématu budou skutečně věnovat.[48]

Soud si své výsadní postavení něčeho, co může být pravdivé, nebo nepravdivé, zajišťuje tím, že se v něm (*De Int.* [3, c.5 17a]): „něco o něčem vypovídá nebo něco něčemu odpírá“, respektive je to (tamtéž): „hlas, značící, zda něco jest či není, a to v různých časech.“ V běžném jazyce a nejjednodušším případě tak spojujeme nějaké jméno a sloveso, naprosto stejným způsobem jako u Platóna, aby se utvořil například soud „Theaitétos letí“. Je důležité upozornit, že Aristotelés sám v těchto místech žádný takový soud neukazuje. Prvním úplným příkladem soudu, který ve spise *O vyjadřování* nacházíme, je výrok „Každý člověk je bílý“ v sedmé kapitole. Na soud, který je opravdu složen pouze ze jména a slovesa, si musíme počkat až do desáté kapitoly, kde nalezeme dvoučlenný soud tvaru „člověk jest“.[49] To však souvisí s tím, jak jsme již jednou upozornili, že Aristotelés zde chápe „sloveso“ šířeji jako to, co se vypovídá o jméně a nejde mu pouze o gramatický význam. Toto se ještě výrazněji projeví ve formálnějším pojednání o premise sylogismu (tj. soudu) *Prvních analytik*. Zde se již o jméně a slovese nehovoří vůbec, ale termíny premisy jsou rozděleny na to, o čem se vypovídá (v terminologii *O vyjadřování* „jméno“) a na to, co se o tom vypovídá (dříve tedy „sloveso“).[50] V již zmíněné desáté kapitole bude funkce „skutečného“ slovesa určena explicitně, jako to, co „dává dohromady“ to, co se vypovídá a to, o čem se to vypovídá, byť někdy působí jakoby skrytě. Základní forma soudu je tak nakonec tvaru $SxP$, kde $x$ je nějaké „pomocné sloveso“, protože i onen soud „člověk jest“ lze převést na

---

[47]Vollrath navrhuje, abychom se na věc dívali tak, že se v řeči vždy něco ukazuje a hlavní otázkou je, *co* se vlastně manifestuje. V případě řeči, která není apofantická, to jest není soudem, se manifestují psychické stavy mluvčího, zatímco soud „manifestuje věci v jejich výskytu.“ Viz [62, str. 123–124].

[48]Stoický přehled typů výpovědí nalezneme například u *Diogéna* [32, VII. 66].

[49]Viz *De Int.* [3, c.10 19b].

[50]Viz *APr.* [4, c.1 24b].

soud „člověk jest jsoucí“. Jak Aristotelés sám píše (*De Int.* [3, c.10 19b]):

> Bez slovesa pak není žádný kladný a žádný záporný soud, neboť „jest“ nebo „bude“ nebo „byl“ nebo „stává se“ a všechny jiné výrazy tohoto druhu — podle toho, co jsem uvedl — slovesa, poněvadž spoluznačí ještě čas.

Toto prohlášení je pak v souladu s tím, co nalézáme i v páté kapitole, kde stojí:

> V každém soudu musí nutně být sloveso nebo slovesný tvar. Vždyť výměr člověka není soudem, nepřidá-li se „je“ nebo „byl“ nebo „bude“ apod.

Aristotelés nám též na začátku páté kapitoly sděluje, že „prvotním druhem soudu je klad a teprve potom je zápor“ a toto podtrhuje ještě v 25. kapitole *Druhých analytik*, kde přednost kladného soudu prokazuje tím, že pro důkaz nějakého kladného tvrzení, který je hodnotnější než důkaz záporného tvrzení, jsou zapotřebí právě kladné premisy.[51] Pátá kapitola obsahuje i explicitní zmínku o složených soudech, které vzniknou spojením několika jednoduchých soudů, ale které si na své skutečně přijdou až ve stoické logice. Jedním z mála míst, kde se Aristotelés složenému soudu (alespoň nepřímo) věnuje, je již citovaná část osmé kapitoly. Zde je soud „Plášť je bílý“ významově ztotožněn se (složeným) soudem „Člověk a kůň je bílý“, který je významově neodlišitelný od dvou jednoduchých soudů, totiž „Člověk je bílý“ a „Kůň je bílý“.

Ještě než se přesuneme k dvojici pravda-nepravda, poznamenejme, že v rámci této kapitoly se Aristotelés podiví nad tím, co je to, co zaručuje jednotu nějakého složeného výrazu (zde „dvounohý živočich žijící na souši“), která nemůže být způsobena pouhou bezprostřední následností jednotlivých slov. Zopakování této otázky a částečnou odpověď na ni nalezneme v jedenácté kapitole, kde se právě tato „jednota“ zkoumá. Jednota se tak rozhodě neutvoří, jsou-li nějakému subjektu připisovány případky — nahodilé vlastnosti ($\sigma\upsilon\mu\beta\epsilon\beta\eta\chi\acute{o}\varsigma$). Jako příklad Aristotelés uvádí, že „nelze pravdivě vypovídat, že je-li někdo švec a dobrý, že je *dobrý švec*“, případně podobně, pokusíme-li se vypovídat najednou „bílé“ a „vzdělané“ o „člověku“. Jako nevhodné jsou též označeny „analytické“ soudy typu (*De Int.* [3, c.11 20b]) „bílý člověk je bílý“, které v sobě nesou nebezpečí nekonečného regresu.[52] Nakonec zmiňme, že jedenáctá kapitola ještě obsahuje explicitní rozlišení alespoň dvou funkcí slovesa „být“. Totiž jako spony v soudu „Homér jest něco, např. básník“, který může být pravdivý a existenčního určení v soudu „Homér jest“, o

[51]Viz *APo.* [5, c.25 86b].

[52]Srovnej též příklad s „ploskonosým nosem“ v *Metafyzice* [10, *Z*.5.1030b32–1031a1].

jehož pravdivosti nemůžeme na základě předchozího soudu nic tvrdit.[53]

### 3.2.4 Pravda a nepravda

Věnujme se nyní zásadní dvojici pojmů, totiž „pravda“ a „nepravda“. V uplynulém výkladu jsme tyto výrazy několikrát použili i ve vztahu k Aristotelovi, aniž bychom řekli, jak s nimi vlastně sám nakládá a jak je chápe. To, jakým způsobem je (ne)pravdivost soudů chápána, má však zásadní důležitost (nejen) pro libovolný logický systém. Nejbližší náznak definice pravdivosti, vzhledem k právě probraným kapitolám, nalézáme v šesté kapitole *O vyjadřování* při definici toho, co je kladný a záporný soud. Výčet možností, jak lze něco vypovídat, již dává relativně přesnou představu o tom, co Aristotelés těmito termíny v tomto kontextu míní (*De Int.* [3, c.2 16a]):

> jsou možné tyto případy: vypovídat to, co jest, jako to, co není; to, co není, jako to, co jest; to, co jest, jako to, co jest; a to, co není, jako to, co není...

Tato souvislost bude vidět, srovnáme-li tuto část s definicí pravdivého a nepravdivého (omylu), jak ji nalezneme v *Metafyzice*, kde nalézáme takřka totožný výměr (*Met.* [10, Γ.7.1011b26–29]):

> Omylem jest, jestliže řekneme, že jsoucí není anebo že nejsoucí jest; pravdou jest, řekneme-li, že jsoucí jest a nejsoucí není. Tedy ten, kdo říká, že něco je nebo není, buď vypoví něco pravdivého nebo mylného.

Naprosto zásadní význam, pro pochopení Aristotelovy teorie pravdivosti, má pak následující pasáž *Metafyziky* ([10, Θ.10.1051b2–9]):

> V nejvlastnějším smyslu se však skutečné jsoucno označuje jako pravdivé nebo jako mylné.
>
> Tento poslední rozdíl u věcí záleží ve spojování a rozdělování, takže pravdu mluví ten, kdo má rozdělené za rozdělené a spojené za spojené; nepravdu má ten, jehož mínění obsahuje opak toho, co jest. A tak je otázka, kdy to, co se nazývá pravdivým a nepravdivým čili mylným, jest, a kdy není. Neboť musíme zkoumat, co se tím míní. Nejsi totiž proto bílý, že míníme, že jsi opravdu bílý, nýbrž protože jsi bílý, mluvíme pravdu, říkajíce to.

[53] Pro další významy u Aristotela viz *Met.* [10, Δ.7.1017a7–1017b9].

Na poslední větu lze navázat několika místy, které jí pomohou dovysvětlit, případně podtrhnout její zásadní význam. Za prvé to lze učinit pasáží z 9. kapitoly spisu *O vyjadřování*, kde nalézáme něco, co velmi připomíná „klasickou“ Tarského definici toho, co to znamená pro větu být pravdivá.[54] Originální kontext je úvaha o platnosti zásady o vyloučeném třetím, s ohledem na budoucí události, kde se vyskytuje slavný příklad s námořní bitvou. Nás zde však zajímá pouze ta část, která se vyjadřuje k pravdivosti nějakého soudu. Zde stojí (*De Int.* [3, c.9 18b]):

> Jestliže je totiž pravda, když se řekne, že něco je bílé nebo nebílé, je to nutně bílé nebo nebílé, a je-li to bílé nebo nebílé, pak bylo pravda, řeklo-li se, že je to tak nebo to tak není; a není-li to tak, je kladný soud nepravdivý, a je-li tento soud nepravdivý, není to tak, a tak nutně je pravdivý nebo nepravdivý buď kladný nebo záporný soud.

Další dva přídavky nalezeme v *Kategoriích.* Nejprve je v páté kapitole o podstatě ($o\grave{\upsilon}\sigma\acute{\iota}\alpha$) zamítnuta možnost, že by řeč (mínění) byla schopna přijímat protivy a tato schopnost zůstane vyhrazena jen pro první podstaty.[55] Přijímání protiv totiž vyžaduje nějakou změnu, ale v případě řeči (mínění) se při změně „pravdivostní hodnoty“ sama řeč (mínění) nemění, ale mění se nějaká „konfigurace podstat“ ve světě (faktická okolnost). Jak říká Aristotelés (*Cat.* [2, c.5 4b]):

> řeč a mínění jsou schopny protiv nikoli proto, že by je samy připouštěly, nýbrž proto, že se změnilo něco jiného. Řeč se totiž nazývá pravdivou nebo nepravdivou proto, že věc jest nebo není, nikoli proto, že by sama byla schopna protiv. Vždyť tu nic není prostě měněno jiným, ani řeč, ani mínění.

Druhé místo se nachází ve 12. kapitole zabývající se kategorií dřívějšího ($\pi\rho\acute{o}\tau\epsilon\rho o\nu$), kde je pátým a posledním typem „dřívějšího“ to, „kde je možné z bytí jednoho uzavírat na bytí druhého“. Příkladem takového vztahu je pak faktická existence nějakého individua a (tedy pravdivé) tvrzení této existence. Aristotelés sám píše (*Cat.* [2, c.12 14b]):[56]

---

[54]Na to upozorňuje Boger [15, str. 149].

[55]V případě řeči (mínění) by těmito protivami byla právě dvojice pravda-nepravda. O tom, co je „protivné“ se lze více dozvědět v *Metafyzice* [10, Δ.10.1018a26–1018a39].

[56]Zvýraznil MF. Boger [15, str. 149] v této pasáži překládá slovo „věc(i)“ ($\pi\rho\acute{\alpha}\gamma\mu\alpha(\tau\alpha)$) jako *state of affairs* a činí tak i na jiných místech. Takto „explicitně“ moderně se však $\pi\rho\acute{\alpha}\gamma\mu\alpha(\tau\alpha)$ většinou nepřekládají — srovnej například anglický překlad v [12, str. 101].

> Např. bytí člověka a pravdivý výrok o něm je možno vzhledem k posloupnosti bytí obrátit. Jestliže totiž člověk skutečně jest, pak je také pravdivý výrok, kterým říkáme, že člověk jest. A tu je možný obrácený postup: Jestliže je pravdivý výrok, kterým pravíme, že člověk jest, jest člověk. *Ale pravdivý výrok jistě není důvodem, že věc jest. Naopak se zdá, že věc je nějak důvodem, že výrok je pravdivý; neboť výrok se nazývá pravdivým nebo nepravdivým potud, pokud věc jest nebo není.*[57]

Vidíme, že první část citátu, když se z pravdivého tvrzení usuzuje na „existenci“ toho, o čem se mluví, musíme propojit s druhou, zvýrazněnou, částí, která nám jasně říká (a spolu s ní i předchozí příklady typu „X je bílé“), že pravdivost tvrzení „člověk jest“ je „nějak“ založena v tom, že skutečně jest. Tento druhý směr je tudíž platný, ale krajně „neinformativní“, protože už musí předpokládat to, co z něj vyplývá. Přidejme ještě několik vět z šesté knihy, kde je upozorněno na důležitý fakt: pravda a nepravda není ve věcech, ale v myšlení. Věci (faktické okolnosti) sice zaručují a zakládají možnost (ne)pravdivosti nějakého tvrzení, ale jím samotným, alespoň v jednom významu, (ne)pravdivost nepřísluší. Zároveň se v tomto citátu odkryje jedna důležitá mnohoznačnost v Aristotelově teorii pravdivosti, které se budeme též věnovat. Jde o odlišný typ pravdivosti, který se nám poodhalil i v předchozích citátech – pravdivost „věcí“ samotných. Pasáž vypadá takto (*Met.* [10, *E*.4.1027b21–28]):

> pravdivá je kladná výpověď o tom, co je spojeno, a záporná výpověď o tom, co je rozloučeno; nepravdivé však znamená pravý opak toho rozlišení... Neboť mylné čili nepravdivé a pravdivé není ve věcech, jako by asi dobré bylo pravdivé a špatné přímo mylné, nýbrž je v myšlení; ale není ani v rozumu, týká-li se myšlení jednoduchosti a podstaty.

Tyto citáty nám dávají relativně jasnou představu, proč je Aristotelova teorie předkládána jako jistá forma korespondenční teorie pravdy s realistickým základem, kdy jsou to právě „věci“ ve světě (bělost nějakého konkrétního individua), co určuje, zda daná výpověď („X je bílé“) bude pravdivá a ne naopak. Ať už je taková definice jakkoli vágní, je v jistém smyslu přirozené a intuitivní tvrdit, že „pravdivě vypovídat znamená vypovídat o věcech (faktech)tak, jak jsou.“[58]

---

[57] Část páté knihy *Metafyziky* ([10, Δ.11.1018b9–1019a14]) pojednávající o „dřívějším a pozdějším“ si pak tohoto významu nevšímá.

[58] O komplikacích s tímto, na první pohled, jednoduchým tvrzením viz více v [25] na stranách 283–285.

Pro zajímavost uveďme, že Vollrath navrhuje překládat řecká slova *áletheia* ($\grave{\alpha}\lambda\acute{\eta}\theta\epsilon\iota\alpha$) a *pseudés* ($\psi\epsilon\upsilon\delta\acute{\eta}\varsigma$), běžně překládaná jako „pravdivý“ a „nepravdivý“ („mylný“), výrazy „nezakrytý“ a „zakrytý“, protože ty podle něho lépe vyjádří oč u Aristotela jde. To jest o odkrývání a zakrývání „věcného výskytu“ toho, co se může vyskytovat i odděleně. Zároveň se tímto alternativním překladem výrazně odliší pozdější použití a chápání těchto slov.[59] K tomuto návrhu se ještě vrátíme.

Ať už budeme používat jakýkoli překlad, všimněme si ještě zásadního napětí, které se ukázalo v úplně poslední větě námi citované pasáže šesté knihy. Pro toto pozorování si však ještě přidejme velmi vhodnou pasáž z šesté kapitoly textu *O duši*, která se zabývá přesně tím, co nás nyní zajímá. V této kapitole o myšlení totiž čteme (*De an.* [8, III. c.6 430a26–430b6, 430b27–432]):[60]

> Myšlení jednoduchých pojmů se omezuje na to, v čem není omylů. Tam však, kde je omyl a pravda, jest již jakási vazba myšlenek jakoby v jednotu. . . Omyl totiž jest vždy ve vazbě, jako když se ve větě spojí bílé s nebílým jako nebílé. Tu však všude je možno mluviti i o odluce. Ovšem omyl nebo pravda jest nejen ve větě, že Kleón jest bílý, nýbrž také ve větě, že takový byl nebo bude. To, co tu tvoří jednotu, je pokaždé rozum. . .
>
> Soud jest výpověď o něčem, jako například klad, a jest vždy buď pravdivý, nebo mylný. Ale u rozumu tomu tak vždy není, nýbrž jeho *poznání podstatného pojmu jest pravdivé*, ale nikoli soud o něčem; jako totiž vidění vlastního předmětu jest pravdivé, kdežto soud, zda například to bíle tam jest člověk, či není, není vždy pravdivý. . .

V těchto pozorováních se nám vyjevují dva zásadně odlišné významy toho, jak chápat „pravdu“. První, a pro nás nadále zásadní, je pravdivost a nepravdivost, která se ukazuje v myšlení při spojování a rozlučování, které je vyjádřeno v nějakém soudu. Pravdivost soudu pak rozhodně není subjektivní, protože je určena tím, jak věci skutečně jsou, ale vyžaduje právě od myšlení spojení či rozloučení určitých pojmů, které může být buď pravdivé (odkrývající), nebo nepravdivé (zakrývající). Zároveň zde, podle *Metafyziky* [10, Θ.10.1051b10–17], mohou nastávat dvě odlišné situace: buď se dané spojení může měnit, tj. daný stav je pouze možný, a pak může být nějaký soud o tomto spojení jednou pravdivý

[59]Viz [62, str. 120–122]. Tento návrh je v úzké návaznosti na §44. *Bytí a času*, kde je právě *aletheia* poprvé v moderní tradici překládána pomocí termínů odkazujících na „odkrytost“, „zjevenost“; srovnej stranu 261 českého překladu.

[60]Zvýraznil MF.

a jednou nepravdivý,[61] nebo dané spojení/rozloučení nemůže být jinak a příslušný soud je vždy pravdivý nebo nepravdivý.[62]
Druhá pravdivost je vyhrazena pro „nesložené předměty“ — „jednoduché“ či „podstatné“ pojmy, kdy (*Met.* [10, Θ.10.1051b23–1052a4]):

> dotýkání a vyslovení je pravdou — neboť kladný soud a vyslovení není totéž —, nedotýkání však je nevědění. Neboť není možno klamat se v tom, co *jest*, leda nahodile...
>
> Tu pravda je v tom, že se toto myšlením nahlíží. Není tu však omyl a klam, nýbrž je tu jenom nevědění, ale ne takové, jako slepota. Neboť se slepotou by se to dalo srovnat, kdyby někdo neměl vůbec schopnost myslit.

Jednoduchý pojem, ať už je to v konečné instanci cokoli, tak buď máme, a pak ho máme nutně pravdivě, nebo nemáme — neznáme. Odpověď po původu těchto jednoduchých pojmů se dá nalézt v závěrečné kapitole *Druhých analytik*, kde je shrnuto,[63] jak člověk za pomocí smyslového vnímání a rozumu ($\nu o \tilde{\upsilon} \varsigma$) dochází k ustálení „nedělitelného a obecného“, pomocí zaměření se na „obecné“ ve vnímání, protože „vědění a rozum vždycky souhlasí s pravdou.“[64] Tato pravdivost tak úzce souvisí s Aristotelovou psychologií a epistemologií, která nás (naštěstí) v následujícím textu nebude tolik zajímat. Je však dobré i na tuto druhou „pojmovou pravdivost“ upozornit, abychom se nenechali na některých místech zmást a svést na scestí, byla-li by tato použita.[65]
V této souvislosti je též možné, že se právě v těchto dvou typech „pravdivosti“ dobře ilustruje ona Vollrathem propagovaná nutnost *poietičnosti* řeči. Pravdivé myšlení jednoduchého pojmu nám tento pojem skutečně manifestuje (osvětluje), avšak tak tomu již nutně není v případě soudu, který, jak jsme snad ukázali, nemusí nutně přivádět k věcem samotným, byť tak velmi často činí. Soud „Plášť je bílý“ z osmé kapitoly spisu *O vyjadřování* sice může být pravdivý (bude-li člověk i kůň, nesoucí toto jméno, skutečně bílý) a tím

[61] O kousek dál je v textu uveden příklad ve formě „bílé dřevo“.

[62] S příkladem „nesouměřitelná úhlopříčka“. Je jasné, že oba příklady bychom museli převést na soud, protože zde pouze ukazují, které výrazy mají být spojeny či rozloučeny.

[63] Viz *APo.* [5, II. c.19 99b–100b].

[64] K tomu více například [25, str. 368–369] či [38, str. 69–80].

[65] Je zajímavé podívat se například i do Křížova textu *Vysvětlivky k některým Aristotelovým pojmům*, které nalezneme v Rezkově vydání spisu *O duši* [8]. Zde totiž u hesla *pravda* nalézáme nevysvětlený rozpor, když poblíž sebe čteme následující dvě věty [8, str. 199–200]: „Pravda je ve věcech a potom v rozumu.“ „Pravda a klam jsou tedy v soudu, v myšlení, nikoli ve věcech.“

„odkrývající“, avšak zároveň bude „zakrývající“, protože samotná jazyková kompetence nám nevystačí a musíme vědět něco, co nám tato řeč a svět předvést nemůže. Musíme totiž znát další „řeči“, které nám poskytnou informaci o tom, že „Plášť“ je vlastní jméno koně i člověka a až formální vztah k původnímu soudu nám v něm umožní „odkrýt“ to, co je zakryto. Respektive je snad možné říci, že pravdivost pojmů je ona tradiční pravdivost, která neumožňuje dobře hovořit o nepravdivém, protože to v tomto smyslu, jako radikální protiklad jsoucího, vůbec neexistuje, zatímco pravdivost, jak jí nacházíme v soudech, již takovéto distinkce umožňuje, protože se pohybujeme „pouze“ v mezích myšlení – jsoucího.[66]

### 3.2.5 Zásada sporu a vyloučený třetí

Ještě, než budeme pokračovat dalšími vlastnostmi soudů a operacemi s nimi, bude vhodné se stručně zmínit o dvou „standardních“ (logických) zákonech, jejichž usilovným proponentem Aristotelés byl. V rámci čtvrté knihy *Metafyziky* se Aristotelés věnuje takzvaným axiomatům, což jsou dále nedokazatelné zásady a počátky všeho dokazování, které (*Met.* [10, Γ.3.1005a23–24]) „platí vůbec o všem, co jest, nikoli jen o některém zvláštním oboru jsoucna s vyloučením ostatních“ a jejichž studiem se (právě) filosof zabývá. Tyto zásady, jak bude zdůrazňováno i v *Druhých analytikách*, jsou naprosto fundamentální pro to, aby bylo vůbec možno něco dokazovat a samy nemohou být (exaktně) dokázány.[67] Tato „hranice“ důkazu je potřeba také proto, že si Aristotelés uvědomuje potřebu „pouze“ konečných důkazů, a tak zabraňuje nekonečnému regresu, pokud bychom se například začali ptát po formálním důkazu těchto axiómat.[68]
První z těchto zásad je *zásada sporu*, která zní (*Met.* [10, Γ.3.1005b19–20]):

> Totéž nemůže zároveň náležet a nenáležet témuž a v témž vztahu.

Text pokračuje důležitou poznámkou, která ukazuje, že i tuto zásadu je třeba zasadit do určitého kontextu, ve kterém jí má být možno používat. Čteme zde: „Jiná určení, jež je

[66]Srovnej část 3.1.2 na straně 61. Zároveň ještě znovu upozorněme na § 44. *Bytí a čas*, kde se Heidegger pokouší ukázat založení „pravdivosti soudů“ v „odkrývající pravdivosti věcí.“ Konečně poznamenejme, že jsme v této části naprosto přehlíželi takzvanou „praktickou pravdu“, kterou nacházíme v Aristotelových etických spisech — viz *Etika Níkomachova* (*EN*) [11, VI. c.2 1139a], případně [25, str. 357–342].

[67]Lze se pouze pokoušet vyvrátit toho, kdo tyto zásady popírá.

[68]Ohledně zdůvodňování konečnosti každého důkazu viz první knihu *Druhých analytik*, konkrétně kapitoly 3., 19.–22.

snad třeba ještě připojit, abychom unikli logickým námitkám, je nutno pokládat za připojená.“ Tato zásada je později přetavena do podoby (*Met.* [10, Γ.6.1011b14–15]): „výroky si odporující nemohou být zároveň pravdivé“, případně, že (*Met.* [10, $K$.5.1062a1]) „je nemožno, aby totéž v jedné a téže době bylo a nebylo.“ První z těchto parafrází nás navádí ke klasickému formálnímu zápisu ve tvaru: $\neg(A \wedge \neg A)$. K zásadě sporu pak komplementárně patří *zásada o vyloučeném třetím*, která je formulována takto (*Met.* [10, Γ.7.1011b23–24]):

> nemůže být nic středního, uprostřed mezi členy protikladu, nýbrž je nutno každý z nich buď tvrdit nebo popírat.

Ve spise *O vyjadřování* je pak tato zásada přeformulována do podoby (*De Int.* [3, c.9 18a], zvýraznil MF): „*je nutné, aby kladný nebo záporný soud* o tom, co jest a co bylo, *byl pravdivý nebo nepravdivý*...“, což svou strukturou evokuje standardní formální zápis $(A \vee \neg A)$. Na uvedeném místě jsou z této zásady explicitně vyloučeny věty o budoucnosti na základě obavy o to, že by (*De Int.* [3, c.9 18b]) „ve všem, co se děje, nebylo nic náhodou, nýbrž všechno by bylo a dělo se nutně.“[69]

Výše uvedené zásady jsou obhajovány (a vlastně i tvrzeny) proti postojům konkurenčních škol, ať už se jedná o skeptické, relativistické či sofistické směry. Z každé z těchto škol vychází nějaká forma námitek proti pravdivosti těchto zásad, případně se zdají závěry těchto učení tyto zásady zpochybňovat, a Aristotelés se brání velmi zajímavým způsobem.[70] Zdá se totiž, že jeho základní zbraní v tomto boji je tvrzení, že s tím, kdo neuznává tyto zásady se není možné vůbec domluvit, protože, jak se snaží Aristotelés ukázat, je celá možnost řeči a myšlení na těchto zásadách založena. Člověk, popírající tyto zásady, se tak nakonec podobá spíše rostlině, než rozumovému živočichu.[71] Soupeř je tedy vehnán do pasti, kdy je postaven před to, že pokud má mít jeho řeč (dobrý) smysl, pak se těchto zásad, alespoň na určité úrovni, držet musí.[72] Obecný požadavek na „srozumitelnost“ mu tak vyráží jeho zbraň z ruky a nutí ho nakonec přehodnotit i jeho základní postoje, viz například *Met.* [10,

---

[69]Tomuto slavnému tématu se zde nebudeme věnovat, ale lze odkázat například na knihu *The Development of Logic*, kde je tato část podrobně rozebrána na stranách 46–54.

[70]Ke způsobu obrany vtipně říká, že skutečné filosofy je (*Met.* [10, Γ.5.1009a18]) „třeba přesvědčit, u druhých [sofistů] je třeba užít násilí“.

[71]Takovéto poznámky lze nalézt na těchto místech: *Met.* [10, Γ.4.1006a15, Γ.4.1006a8–10, Γ.4.1007a20, Γ.4.1008a31–34, Γ.7.1012a6–10, $K$.5.1062a12–18, $K$.5.1062b10–12, $K$.6.1063b7–15].

[72]Tvrdit, že „tato růže je i není červená“ sice může, ale tím nenapadá zásadu sporu jako celek, ale pouze nás nutí specifikovat ona „určení“. Zásada sporu musí platit proto, aby jeho výpověď mohla vůbec mít nějaký smysl.

$K$.5.1062a33–36].[73] Na tomto místě *Metafyziky* též nalezneme, v rámci diskuze o zásadě sporu, takřka explicitní vyjádření pravidla *ex falso quodlibet*, když Aristotelés, mimo jiné, píše (*Met.* [10, Γ.4.1008a12–14]):[74]

> je opět možno buď všechno, co se tvrdí, také popírat, a vše, co se popírá, také tvrdit

Ohledně axiómat, „počátků“, se pak Aristotelés dále vyjadřuje, v již zmíněných, *Druhých analytikách*, kde uvažuje axiómata vzhledem k dokazování v konkrétních vědách, které můžou mít i takzvané „vlastní“ počátky.[75] Nám však tento exkurs prozatím stačí, protože naším zájmem není dokazování v nějaké konkrétní vědě, ale obecná podoba vyvozování.

### 3.2.6 Základní operace se soudy a jejich vlastnosti

Šestá až jedenáctá kapitola *O vyjadřování* se věnuje základním vlastnostem jednoduchého soudu (*apofantickému logu*) a jejich vzájemným vztahům. Přestože tyto kapitoly nezabírají mnoho prostoru, je orientace částečně snížena tím, že zde Aristotelés ještě nepoužívá „pojmová písmena“, ale veškeré uvažované operace a vztahy jsou předváděny rovnou na „příkladech“.[76]

Při rozdělení soudů podle kvality na kladné a záporné v šesté kapitole je odkryta základní vlastnost – existence vzájemně sporných soudů (*De Int.* [3, c.6 17a]): „ke každému kladnému soudu existuje jeden protikladný soud záporný a ke každému zápornému jeden protikladný soud kladný“, přičemž protikladné jsou „takové kladné a záporné soudy, které vypovídají totéž o téže věci, avšak o takové, která není táž jenom podle jména.“ Tato úvaha je provedena ještě zcela obecně a až v další kapitole dojde k rozdělení soudů a termínů (věcí) podle kvantity. Tak je v sedmé kapitole určen termín „člověk“ jako náležející k obecnému, zatímco „Kallias“ přináleží k jednotlivému. Máme-li nějakou věc, pak je o ní třeba vypovídat, že jí něco náleží nebo nenáleží – soudit. Vypovídat ohledně kvantity pak můžeme (1) „obecně“: „každý člověk je bílý“, „žádný člověk není bílý“ (2) „nikoli obecně“ (částečně): „ne každý člověk je bílý“, „některý člověk je bílý“ a speciálně (3) „o

[73] Více k zásadě sporu lze nalézt třeba u Tugendhata [22, str. 44–55], případně v Learově knize [33] na stranách 98–144.

[74] Srovnej též [15, str. 231–232]

[75] Což je například vymezení toho, co je „čára“ nebo „rovné“ v geometrii a podobně.

[76] Některé pasáže analytik jsou zase „nepřehledné“ přesně z opačného důvodu, kdy jsme zavaleni proměnnými, aniž bychom dostali do rukou nějaký příklad (který si samozřejmě můžeme sestrojit sami).

obecném nikoli obecně“ (neurčitě): „člověk je bílý“, „člověk není bílý“. Zároveň jsou zde explicitně vyloučeny soudy typu „každý člověk je každý živočich.“

Vzájemně opačné obecné soudy jsou nazvány *protivnými* a je pro ně učiněno pozorování, že nikdy nemohou být zároveň pravdivé.[77] Naproti tomu (*De Int.* [3, c.7 17b]): „jejich protiklady [to jest částečné soudy], které se vztahují na totéž, mohou být někdy zároveň pravdivé“, čímž získáváme skoro kompletní logický čtverec, jak byl uveden na straně 19, protože již máme k dipozici *protikladné*, *protivné* a *podprotivné* dvojice soudů. Chybí zde „pouze“ vztah *subalternace*, jehož nepřímé vyjádření nalezneme v 2. kapitole první knihy *Prvních analytik*, když jsou předvedeny obraty obecných premis.[78] To, že sám Aristotelés mohl mít podobný diagram přímo před sebou, se zdá být naznačeno i o kousek dále, když v desáté kapitole píše (*De Int.* [3, c.10 19b]):

> Není vždy zcela dobře možné, aby soudy podle úhlopříčky (*διάμετρον*) byly zároveň pravdivé; je to však mnohdy možné.

Aristotelés zde ještě sleduje podobné vlastnosti pro neurčité soudy a zároveň, v desáté kapitole, pro soudy s neurčitými jmény a slovesy. To však nebude mít pro sylogistiku zásadní význam, protože zde jsou vyžadovány soudy obecné či částečné a případná „neurčitost“ jména či slovesa (respektive subjektu a predikátu soudu) je „skryta“ v abstrakci pomocí pojmových písmen. Premisy a sylogismy s neurčitými termíny budou samostatně analyzovány až pozdějšími autory.

Nyní se však již přesuňme primárně k *Prvním analytikám*, protože je to právě zde, kde nacházíme vlastnosti soudů, které jsou naprosto zásadní pro celou sylogistiku. V té je již potřeba dodržovat jistá formální omezení, která na „obecné“ úrovni (či(li) na úrovni analýzy „přirozeného jazyka“) nebyla zapotřebí.[79] Hned na začátku *Prvních analytik* zavádí Aristotelés nový technický pojem PREMISA (*πρότασις*) a toto zavedení je dobrou ukázkou toho, o kolik jednoznačnější, byť třeba ne zcela úplné, jsou formulace *Analytik*. Nalézáme zde (*APr.* [4, I.c.1 24a]):[80]

[77] Protivnými soudy/míněními se zabývá i závěrečná kapitola spisu *O vyjadřování*.

[78] Byť zde chybí explicitní zmínka o možnosti částečného obratu obecně záporného soudu. V kapitole 26 je pak tato konverze naznačena, když čteme (*APr.* [4, c.26 43a]): „odůvodnit obecné částečným nelze, částečné však obecným ano“. Případně viz *APr.* [4, c.5 27b21-22]. *Topiky* k platnosti tohoto pravidla též odkazují, když zde Aristotelés píše ([6, II.c.1 109a]): „neboť jestliže ukážeme, že něco náleží každému, bude tím také ukázáno, že náleží některému; a podobně ukážeme-li, že něco nenáleží žádnému, bude tím také ukázáno, že náleží ne každému.“ Viz též *Top.* [6, III.c.6 119a].

[79] Výše, viz strany 69 a 71, kde jsme na některé aspekty již upozorňovali.

[80] Z dříve uvedeného si pak můžeme doplnit vše, co by nám zde scházelo pro plné porozumění.

> Premisa je výrok, který něco o něčem tvrdí nebo popírá. Je buď obecná nebo částečná nebo neurčitá. Obecnou nazývám premisu, která vyjadřuje, že něco náleží každému nebo nenáleží žádnému, částečnou, že něco něčemu náleží nebo nenáleží něčemu anebo ne každému, a neurčitou, že něco náleží nebo nenáleží, ale bez dodatku, zda obecně či částečně.

Neurčité premisy (například „člověk je živočich") jsou z hlediska sylogistiky ztotožněny s částečnými kladnými premisami, když nejexplicitnější zmínku o této ekvivalenci nalezneme v sedmé kapitole, kde stojí (*APr.* [4, I.c.7 29a]): „Je však také zjevno, že vznikne ve všech figurách tentýž sylogismus, položí-li se místo částečného kladného neurčité." Předchozí dva citáty skoro dokonale ospravedlňují naše základní rozlišení z první části – totiž o typech základních vět a o sémantice pro tyto elementární věty.[81]
Pokus o dodatečné určení některých detailů nalezneme v 27. kapitole (*APr.* [4, I.c.27 43a25–45]), která se snaží ukázat, jaké typy „jsoucen" budou prioritně uvažovány jako substituovatelné za termíny v premisách sylogismů. Aristotelés zde rozlišuje tři druhy hierarchicky uspořádaných jsoucen podle toho, jakou pozici mohou (přirozeně) zaujmout v premise. Tak *(1)* o „jednotlivině" a čemkoli „smysly vnímatelném" vůbec lze sice něco vypovídat (může být subjektem soudu),[82] ale tuto „jednotlivinu" už nelze vypovídat o ničem jiném, „leda nahodile" (to jest neměla by stát na místě predikátu).[83] *(2)* „To poslední", „když postupujeme od jednotlivého k vyššímu" je možné sice o něčem vypovídat (predikovat o něčem), ale nemůže o tom být nic predikováno.[84] A konečně (3) pojmy („jsoucna"), které lze predikovat a může o nich být něco predikováno.[85] „Prostřední" mezi jednotlivinami a „tím posledním" je pak to, co „bývá *především* předmětem úvah a

[81] K „sémantice" se za chvíli vrátíme.

[82] Př.: Kleon je živočich.

[83] Př.: To, co přichází je Kallias.

[84] Aristotelés zde žádný explicitní příklad neuvádí. Łukasiewicz ([31, str. 5]) pak uvádí jako příklad takového nejvyššího predikátu „jsoucí". Greaser pak v [25] na straně 282 ztotožňuje „to nejvyšší" se jmény jednotlivých kategorií, přičemž se odkazuje na Patzigovu knihu *Die aristotelische Syllogistik* [44]. Podobně tak činí i Berka v poznámkách k *Prvním analytikám*. Toto ztotožnění se mi však zdá mírně problematické, protože nevidím, jaký je problém v obecně záporných premisách tvaru „žádná trpnost není činnost" a podobně pro všechny dvojice jmen kategorií.

[85] Př.: Kallia je člověk. Člověk je živočich. Jako ideální typy těchto jsoucen bývají často udávány takzvané „druhé podstaty", to jest obecné pojmy jako „člověk", „živočich", „rozumný" a podobě.

zkoumání.“[86]

Důvod pro výběr těch pojmů, které mohou být predikovány a může o nich zároveň být predikováno, je způsoben tím, že nejen v rámci sylogismů musí jeden a týž termín vystupovat jak jako subjekt, tak jako predikát, když již střední termín sylogismu *Barbara* má přesně tuto vlastnost. „Nejen“ v předchozí větě souviselo s tím, že tato pružnost termínu je potřeba již pro zajištění platnosti tří konverzních pravidel, která Aristotelés uvádí hned v druhé kapitole *Prvních analytik*. Jsou to, nám již známá,[87] pravidla *E-con*, *A-pcon* a *I-con*, přičemž je zde explicitně zavržena možnost obratu částečné negativní premisy tvaru $XoY$. Tato kapitola též obsahuje slavnou Aristotelovu inovaci, kterou je používání „pojmových písmen“, které nás částečně odvádějí od případného materiálního obsahu a poukazují na obecnou platnost těch kterých pravidel.[88] Druhým důležitým postupem, který se bude nadále v textu analytik často používat, je nepřímý důkaz, pomocí kterého jsou tyto tři konverzní pravidla „dokazována“ poté, co jsou nejprve zdůvodněna pouze pomocí příkladů.[89] A konečně třetí použitý postup na tomto místě je takzvané VYNĚTÍ ($\acute{\epsilon}\kappa\theta\epsilon\sigma\iota\varsigma$),[90] kdy se, za předpokladu neprázdnosti průniku rozsahu dvou pojmů, „vybere“ a „označí“ (vyjme) část tohoto průniku (případně průnik celý) a dále se používá v průběhu důkazu. Tabulka 3.1 shrnuje Aristotelův text druhé kapitoly, kde vidíme použití všech zmíněných postupů. Je také zajímavé si všimnout, jakým způsobem volí Aristotelés příklady v neformálním zdůvodnění (ne)platnosti konverzních pravidel. To totiž poukazuje k tomu, že je plausibilní (jak se budeme snažit tvrdit o pár odstavců níže) chápat tato (a sylogistická) pravidla ne jako nějaké uzavřené formule – „axiómy“, ale jako odvozovací

[86] Berka k tomuto místu píše, že zde Aristotelés vyřazuje ze sylogistiky individuální termíny a kategorie, což podle mě není pravda. Triviálně podle Aristotelovy formulace na tomto místě, kde jsme četli „především“ a dále pak Aristotelés běžně jednotliviny uvádí, jako příklady ilustrující platnost či neplatnost určitého odvození a tyto příklady jsou roztroušeny všude v textu.

Ještě zde poznamenejme, že další požadavky kladené na premisy sylogismu probírá Aristotelés velmi zevrubně v rámci kapitol 33–41 první knihy *Prvních analytik*.

[87] Viz stranu 18.

[88] Je si však třeba dávat pozor, abychom brali tyto výrazy u Aristotela za nějaké abstraktní formy. Můžeme se zde přidržovat Smiley-Corcoranovy interpretace a tvrdit, že zde proměnná slouží jako „místo“, na kterém si máme představovat nějaké konkrétní „obecné“ termíny, jako „živočich“, „rostlina“ a podobně. Srovnej k tomu například [20, str. 12–13]

[89] Zdůvodňování platnosti těchto pravidel však nelze považovat za skutečný formální důkaz, jak nás na to upozorňuje Lear [33, str. 4]. Jde zde totiž o elementární tvrzení jejichž evidenci nelze založit na něčem „jednodušším“.

[90] První detailnější analýzu této formy důkazu provedl Łukasiewicz – viz [31, str. 59–67].

| | **Formální zdůvodnění** | **„Důkaz příkladem“** |
|---|---|---|
| *E-con* | Premisa *A B* je obecně záporná. Jestliže *A* nenáleží žádnému *B*, nebude ani *B* náležet žádnému *A*. Neboť kdyby některému náleželo, např. kdyby náleželo *C*, nebylo by pravda, že *A* nenáleží žádnému *B*; neboť *C* je částí *B*. | Není-li žádná rozkoš dobro, nebude ani žádné dobro rozkoš |
| *A-pcon* | Náleží-li však *A* každému *B*, náleží také *B* některému *A*. Neboť kdyby nenáleželo žádnému, nebude náležet ani *A* žádnému *B*. Byl však učiněn předpoklad, že náleží každému. | Je-li každá rozkoš dobro, musí také některé dobro být rozkoš. |
| *I-con* | Náleží-li *A* některému *B*, nutně také *B* náleží některému *A*. Neboť kdyby nenáleželo žádnému, nenáleželo by ani *A* žádnému *B*. | Je-li některá rozkoš dobro, bude také některé dobro rozkoš. |
| „*O-con*“ | Nenáleží-li však *A* některému *B*, nevyplývá z toho nutně, že by také *B* nenáleželo některému *A*, např. je-li *B* živočich a *A* člověk. | Jestliže predikát „člověk“ některému živočichovi nenáleží, nevyplývá z toho, že „živočich“ nenáleží některému člověku. |

Tabulka 3.1: Konverze dle *APr. I.c.2 25a*

pravidla, která zachovávají pravdivost premis, byť i z nepravdivých premis může plynout pravdivý závěr.[91] Chápat pravidla obratu jako deduktivní pravidla nám později umožní předvést konzistentně teorii „zdokonalování sylogismů“.

Na tomto místě se snad naposledy přesuňme k obecnější úvaze, přesahující rámec kategorického sylogismu. Výše jsme poukázali na to, že jsme snad již zdůvodnili naší sémantiku z druhé kapitoly, kdy jsme pravdivost nějaké základní věty určovali čistě extenzionálně vztahem mezi třídami, které obsahovaly všechna individua mající danou vlastnost. Ačkoli k tomuto chápání *První analytiky* vybízejí a je zcela běžné k tomu tak přistupovat,[92] existují i odlišné postoje, které tvrdí, že Aristotelově intenci odpovídají lépe. V poslední době

[91]To, že z nepravdivých premis může plynout pravdivý závěr, bude Aristotelés zevrubně ukazovat v kapitolách 2.–4. druhé knihy *Prvních analytik*.

[92]Takto například postupuje Corcoran, Smiley i Stekeler [58].

je proponentem ne-extenzionálního přístupu například George Boger,[93] který v textu *Aristotle's Underlying Logic* tvrdí, že byť (str. 164) „v některých případech Aristotelés chápal vztahy mezi termíny extenzionálně jako vztahy mezi třídami, či dokonce množinami“,[94] (str. 165) „měli bychom raději říci, že pravda je pro Aristotela určena intenzionálně (nebo možná „přináležitostně“ [possesionally]).“[95] Argumentace pro tento přístup je založena na tom, jakým způsobem chápe Aristotelés přisuzování a upírání, náležející k věcem, které je „ontické a nezávislé na účastníkovi“, a predikaci, náležející soudům, která je naproti tomu „intencionální či jazyková a na účastníkovi závislá.“ Má to být Aristotelova teorie substance *Kategorií* a *Metafyziky*, která tvoří základ pro jeho teorii predikace z *Kategorií*, *O vyjadřování* a *Prvních analytik*. Substance (ať už primární či sekundární) je to, v čem nějaké vlastnosti inherují, jinak řečeno daná substance tu kterou vlastnost má nebo nemá. Vlastnosti jsou tak imanentní té které substanci a není to nějaká přináležitost mezi objekty (ne)mající tu a tu vlastnost, což by se podle Bogera nebezpečně blížilo Aristotelem kritizované participační teorii idejí. Boger tedy žádá, abychom základní věty sylogistiky chápali následujícím způsobem ([15, str. 165]):

> „A náleží každému B“ je pravda tehdy a jen tehdy, když každé individuum B má vlastnost A.
> „A nenáleží žádnému B“ je pravda tehdy a jen tehdy, když žádné individuum B nemá vlastnost A.
> „A náleží nějakému B“ je pravda tehdy a jen tehdy, když nějaké individuum B má vlastnost A.
> „A nenáleží nějakému B“ je pravda tehdy a jen tehdy, když nějaké individuum B nemá vlastnost A.

V rámci toho, co jsme uvedli o několik odstavců výše, je jasné, proč nepovažujeme tento koncept, alespoň pro *První analytiky*, za vhodný. V tomto místě se zdá, že Boger zcela

[93] Proti „množinovému“ chápání významu jednotlivých termínů se dále staví i L. Rose v [49]. U Knealových [29] se mi nepodařilo najít explicitní „rozhodnutí“, byť se tomuto tématu věnují; viz zejména strany 63–67.

[94] Moderní rozlišení mezi třídami a množinami zde zcela ponecháváno stranou a používáme pojem *množina* v intuitivním smyslu.

[95] Intenzionální chápání Aristotelovy logiky má dlouhou historii, když se pro něj například vyjadřoval již Leibnitz — viz [59, str. 97], či přímo Leibnitzovy poznámky na stranách 388 a 519 v [34], případně strany 77 a 120 v [35]. Problém u Leibnitze ovšem je, že nehledá u Aristotela žádné textové zdůvodnění, ale intenzionální přístup mu přímo připíše.

ignoruje ony (jím reflektované) formální požadavky na premisy sylogismů. Je totiž jasné, že při takovémto chápání by se například při standardních konverzích dělo něco velmi „zvláštního“ a jeden pojem by měl na místě subjektu a na místě predikátu zcela jiný význam. Skutečně evidentním protipříkladem na toto čtení je důkaz konverzního pravidla *E-con*, kde je použito vynětí. Zde je pojem $C$ evidentně chápán ne jako konkrétní individuum, které *má* zároveň *vlastnost* $A$ i $B$, ale jako individua, která *patří do průniku* individuí patřících do $A$ a $B$.[96] I další místa, kde Aristotelés vynětí explicitně používá či zmiňuje, totiž *APr.* [4, I.c.6 28a–28b, I.c.8 30a], mají velmi podobnou strukturu, která vyzývá k přechodu k nějaké společné části dvou „extenzí“. Je zajímavé si též všimnout, že Boger princip vynětí takřka kompletně přehlíží a nijak konkrétněji se mu nevěnuje, i když jsou jeho ostatní analýzy velmi zevrubné. Samozřejmě, že musíme zároveň opětovně přiznat,[97] že čistě extenzionální chápání významu termínů, nelze aplikovat v rámci celého Aristotelova díla. Například hned na první straně *O vyjadřování* čteme, že i ([3, c.1 16a]) „kozlojelen sice něco značí“, což nás od extenzionálního chápání překlopí k intenzionálnímu. V *Druhých analytikách* [5, II.c.7 92b] k tomu dále nalézáme, v rámci úvah o tom, co je to *definice*, že každý sice ví, „co vyjádření nebo jméno znamená, například když řeknu kozlojelen, ale vědět, co to je kozlojelen, není možné“ a dále, pro extenzionalistu mrazivé prohlášení, že „mezi významy je totiž také nejsoucno.“ Naše odpověď na tato místa bude stručná. Ano, tato místa se extenzionálně chápaným významem vysvětlit nedají, ale spíše to ukazuje, že sám Aristotelés si nebyl vědom specifických problémů a vzájemných rozdílů mezi těmito přístupy a v některých momentech se pohyboval opravdu na hranici a přecházel od jednoho k druhému. Tento pohyb pak mohl úzce souviset se záměrem daného spisu, kdy texty analytik míří originálně směrem k „nitrosvětským“ úvahám a důkazům v „přírodních vědách“,[98] kde mají významy, chápané jako extenze, dobrý smysl. Snaha o kompletní sjednocení s dalšími texty, tak vede spíše k zatemnění jinak relativně jasných míst.

Extenzionální čtení a omezení na „přírodovědecká“ zkoumání nám totiž, mimo jiné, umožní se i rychle vypořádat s dalším „palčivým“ problémem aristotelského bádání, kte-

[96] Není však zcela jasné, zda Aristotelés na některých z uvedených míst nechápal $C$ spíše jako jedno konkrétní individuum. To by na věci nic zásadního neměnilo, ale my zde uvažujeme „obecný“ případ, který lépe vyhovuje požadavku na to, aby termíny spíše reprezentovali „obecné“, které lze vypovídat o jiném a může o něm být vypovídáno.

[97] Viz výše stranu 66.

[98] Viz například již citovaný Barnesův článek [14].

rým je takzvaný *existenciální závazek*.[99] Tento problém vyvstane, chápeme-li obecné věty jako ekvivalentní s nějakou formulí predikátové logiky prvního řádu kvantifikovanou obecným kvantifikátorem a částečné kvantifikované existenčním kvantifikátorem. V ten moment se dostáváme do potíží, kdy přestane platit pravidlo *A-pcon* (a *E-pcon*), čímž se výrazně omezí vztahy platící v logickém čtverci,[100] a dále i některá odvození, Aristotelem uznané jako platné sylogismy.[101] Platnost obecné věty totiž nezaručuje existenci nějakého individua, které je vyžadováno pro platnost věty částečné. Pro Aristotela to však, alespoň podle textu *Prvních analytik*, žádný problém nebyl, protože pokud má být sylogistika používána primárně v rámci přírodních věd, kde k základním větám dospíváme pouze pomocí „indukce“, tak máme neprázdnost extenze daného pojmu vždy zaručenou a tato pravidla platí.[102] Tuto vlastnost se pak mnozí moderní autoři snaží zachytit v standardním formalismu, přičemž však při tom dospívají k mnohým potížím a podle mého názoru tak jasně ukazují, že snaha o převedení sylogistiky do (například) klasické prvořádové logiky s sebou nese mnohé problémy.

## 3.3 Teorie sylogismu u Aristotela

Nyní již máme vše potřebné pro to, abychom se mohli přesunout k Aristotelovým úvahám o kategorickém sylogismu. Definice, kterou nalézáme hned v první kapitole *Prvních analytik* a která nám říká, co je sylogismus, nás však může zavést opět o trochu dále v našem tázání po adekvátnosti rozlišení z první části této práce. Zde jsme totiž uvažovali o sylogistice jako o deduktivním systému, v jehož jádru stojí několik odvozovacích pravidel a dva typy důkazů, kdy je možné vystačit si pouze s přímým důkazem, za předpokladu dostatečně široké báze odvozovacích pravidel. Triviálně tomu tak bylo i naopak, kdy jsme si, bez rozšiřování báze, vystačili s nepřímým důkazem.

---

[99]Viz Boger [15, str. 157–164], W. & M. Knealovi [29, str. 54–61], Ackrill [1, str. 91–93], Smiley [54], případně Smith [13, str. 43–44].

[100]Detaily lze nalézt například v [41].

[101]Konkrétně se jedná o sylogismy třetí figury *Darapati* a *Felapton*, které ze dvou obecných premis vyvozují částečný závěr a tedy předpokládají neprázdnost extenzí termínů, které se v nich vyskytují.

[102]Omezení termínů na „neprázdné“ sleduje i Mario Mignucci v článku [37], kde lze nalézt textové evidence a poukaz k jednomu potenciálně problematickému místu pro tuto interpretaci; viz *APr.* [4, I.c.38 49a].

### 3.3.1 Definice odvození, pravidla, nebo „axiómu“?

Na straně 24b nacházíme následující výměr toho, co se rozumí sylogismem (*Apr.* [4, I.c.1 24b18–20]):

> Sylogismus ($\sigma\mu\lambda\lambda o\gamma\iota\sigma\mu\acute{o}\varsigma$) je řeč ($\lambda\acute{o}\gamma o\sigma$), v níž, je-li něco dáno, nutně něco jiného, různého od toho, co je dáno, vyplývá právě tím, že dané jest. Slovy „tím, že dané jest“ míním, že se z něho tvoří důsledek, a slovy „že se z něho tvoří důsledek“ rozumím, že není zapotřebí žádného vnějšího termínu k tomu, aby důsledek byl nutný.[103]

V přecházejícím citátu se v českém překladu a i ve většině dalších „překládá“ slovo $\sigma\mu\lambda\lambda o\gamma\iota\sigma\mu\acute{o}\varsigma$ jako sylogismus. Čteme-li však tento text, snadno se nám vybaví moderní definice odvození, či vyplývání. Robin Smith k tomu v [13] na straně 30 poznamenává, že nám tento standardní překlad předkládá pouhou trivialitu tvrdící, že „každý sylogismus je sylogismus“, přičemž nic nebrání tomu, abychom tento citát, vhodným překladem, „rozšířili“ i za hranice toho, co bude dále v prvních analytikách nazýváno zcela technicky sylogismus. Jeho anglický překlad této pasáže pak vypadá následujícím způsobem ([13, str. 29]):

> A deduction is an argument in which, certain things being supposed, something else different from the things supposed follows of necessity because of their being so.

Podobně Lynn E. Rose ve své knize, ponechávajíc v překladu termín „sylogismus“, tvrdí ([49, str. 10–11] poznámka 27):

> Dokonce se jeho definice „sylogismu“ (v 24b18–20) zdá být natolik široká, že zahrnuje libovolné platné odvození: *A syllogism is an argument…* Tato definice pak sice vypadá nekonzistentně s Aristotelovým omezením „sylogismu“ na kategorický sylogismus v první, druhé a třetí figuře, nicméně reflektuje Aristotelův postoj, že každé odvození či důkaz postupuje po způsobu sylogismu.

Ve smyslu toho, že se jedná o dobrou definici odvození jako takového se vyjadřuje i J.L. Ackrill v [1] — str. 81–82, případně Alan Code v [16], který na straně 46 $\lambda\acute{o}\gamma o\sigma$ překládá jako *account*. Proti takto širokému chápání tohoto místa pak vystupuje George Boger, když v [15] na straně 217 tvrdí, že ačkoli někteří logikové tuto pasáž brali jako nejexplicitnější definici odvození (dedukce), jedná se spíše o definici „platného pravidla“ (argumentu), pod

[103] Srovnej podobné definice v *Top.* [6, c.1 100a25–27] a v *Soph. elench.* [7, c.1 165a1–2].

které právě spadají sylogismy v jednotlivých figurách. Tato platná pravidla tak můžou být použita v odvozeních, ale sama o sobě odvozeními nejsou. Boger pak předkládá různá místa z analytik a hledá pasáž, která by byla skutečně o odvozování obecně, protože i on je zastáncem toho, že zde máme co do činění s deduktivním systémem. Upozorňuje nás na to, že například Jonathan Barnes v *Proof and the syllogism*[104] navrhl překládat jako odvození (deduction) řecké slovo *anankaion* ($\grave{\alpha}\nu\alpha\gamma\kappa\alpha\tilde{\iota}o\nu$) a to hlavně na základě jeho funkce v 32. kapitole první knihy *Prvních analytik*, kde čteme následující (*APr* [4, c.32 47a]):

> z daných premis vyplývá něco nutného a protože také sylogismus je něčím nutným. Ale nutnost je něco širšího než sylogismus. Neboť každý sylogismus je něčím nutným, ale ne všechno nutné je sylogismem.

Toto slovo se však zcela standardně překládá jako „nutné“ a jeho hlavní definici nalezneme v *Metafyzice* [10, Γ.5. 1015a20–1015b16], i s explicitním vyjádřením vztahu k sylogismu (*1015b6–9*). Pro to se však musíme podívat do jiné verze (řecké či alternativního překladu), protože v českém je nám výskyt slova sylogismus skryt v (nám příjemném) termínu „vyplývá“. Křížův překlad této části vypadá následovně:

> Za čtvrté k tomu, co se pokládá za nutné, náleží ještě důkaz, poněvadž, je-li něco dokázáno zhola, nemůže tomu být jinak. Příčinou nutnosti jsou návěsti, když je nemožno, aby jinak bylo to, z čeho vyplývá závěr.

Verze, kterou předkládá Boger, vypadá takto:[105]

> Demonstration is of necessary things, because, if there is a demonstration proper, it is not possible for there to be any other relations; the reason for this is the premisses, for if there is a syllogism it is [logically] impossible for there to be another relationship among them [$\grave{\epsilon}\iota$ $\grave{\alpha}\delta\acute{\upsilon}\nu\alpha\tau o\nu$ $\acute{\alpha}\lambda\lambda\omega\varsigma$ $\acute{\epsilon}\chi\epsilon\iota\nu$ $\grave{\epsilon}\xi$ $\tilde{\omega}\nu$ $\acute{o}$ $\sigma\upsilon\lambda\lambda o\gamma\iota\sigma\mu\acute{o}\sigma$].[106]

Boger dochází na straně 224 v k tomu, že nejlepší pojednání o odvoditelnosti obecně nalezneme v 23. kapitole *Prvních analytik*, kde někteří autoři hledají i pokus o důkaz věty

[104] Jde o kapitolu z knihy *Aristotle on Science: the "Posteriori Analytics"; E. Berti (ed.); 1981; Antenore; str. 17–59*, která mi však nebyla k dispozici.

[105] [15, str. 230].

[106] K „nutnosti“ ještě poznamenejme a podržme v paměti k tomu, co bude za chvíli následovat, že v rámci Aristotelovy koncepce platí, že (*APo.* [5, I. c.6. 74b]): „z nutných premis však nelze vyvodit závěr jinak, než že je zároveň důkazem; vždyť to je právě podstatou důkazu.“

o úplnosti sylogistiky. Citovanou pasáž uvedeme v Bogerově anglickém překladu, který mnohem lépe zachycuje, co má autor (ať už Boger či Aristotelés, budeme-li s Bogerovou interpretací souhlasit) na mysli (*Apr.* [4, I. c.23. 40b23–41a18]):[107]

> every demonstration, and every deduction, *must prove* something either to belong or not to belong,and this is either universally or partially. . . either probatively or through an absurdity. . .
>
> *For, in general, we said that there cannot ever be any syllogism of one thing about another without some middle term having been taken which is related in some way to each according to the kinds of predications. For a syllogism, without qualification, is from premisses; a syllogism in relation to this term is from premisses in relation to this term; and a syllogism of this term in relation to that is trough premisses of this term in relation to that.*

A k tomuto poznamenává, že ([15, str. 224]):

> Tato pasáž jasně ukazuje, že odvození závěru musí vycházet z množiny tvrzení, které jsou vzaty jako premisy a dále musí odvození postupovat podle předepsaných syntaktických pravidel.

Tak tato pasáž, spolu s 22. kapitolou první knihy *Druhých analytik*(*Apo.* [5, I. c.22. 84a37–84b2]), kde se omezuje odvození na konečný počet kroků, podle Bogera nejlépe vystihuje Aristotelův názor na to, jaká je definice formální odvoditelnosti. My se však budeme opět držet spíše jednoduššího a (dá-li se to tak po třicetileté „praxi“ říci) tradičního řešení, které uvidí již v definici sylogismu z první kapitoly *Prvních analytik* obecnější definici odvození. K názoru, že v sylogistice jde o deduktivní systém nás, kromě uvedeného, vede i spis *O sofistických důkazech*, kde na několika místech výraz *sylogismus* dává skutečně smysl jen tehdy, chápeme-li ho šířeji jako odvození *per se*. Vede nás k tomu již první kapitola, ale například pasáž z 5. kapitoly, kterou zde uvádíme v celém znění, se zdá hovořit naprosto jasně pro naše čtení (*Soph. elench.* [7, c.5 167a]):

> jestliže někdo získá souhlas s tím, že Aithiop je černý, a potom se táže, zda je bílý, pokud jde o jeho zuby; připustí-li se, že Aithiop je po této stránce skutečně bílý, lze tedy podle názoru takového účastníka rozmluvy na základě jeho otázky sylogisticky vyvodit, že Aithiop je černý a nečerný.

[107]Zvýraznění je Bogerovo. Všimněme si toho, že v prvním odstavci překládá Boger sylogismus jako „deduction“.

Na podporu tohoto přístupu můžeme použít i Aristotelova skromná vyjádření ohledně povahy *hypotetických sylogismů* ($\acute{\upsilon}\pi o\theta\acute{\epsilon}\sigma\epsilon\omega\varsigma$ $\sigma\upsilon\lambda\lambda o\gamma\iota\sigma\mu o\grave{\upsilon}\varsigma$), která můžeme najít například ve 44. kapitole první knihy *Prvních analytik*, a která mohou být čtena i tak, že sylogismus rozhodně zahrnuje širší pole, než jen nauku o kategorickém (či modálním) sylogismu v její nejčistší podobě. A konečně v etických spisech nacházíme zajímavé příklady praktických sylogismů, jejichž základní struktura je sice podobná sylogismu kategorickému, ale nalezneme zde na první pohled evidentní odlišnosti.[108]

Z výše uvedeného je jasné, že se přikláníme k tomu, chápat i konkrétní kategorický sylogismus jako deduktivní pravidlo. Tím pádem též implicitně zavrhujeme Łukasiewiczovu koncepci sylogistiky jako axiomatického systému, která byla po určitou dobu velmi vlivná. Tato interpretace byla vypracována v textu [31], kde považuje Łukasiewicz sylogismus za formuli tvaru $(A \wedge B) \rightarrow C$. Celá sylogistika je pak brána za axiomatický systém postavený okolo následujících čtyř axiómů (dva zákony identity a dva sylogismy – *Barbara* a *Datisi*):[109] (1) $AaA$, (2) $AiA$, (3) $(BaC \wedge AaB) \rightarrow AaC$ a (4) $(BaC \wedge BiA) \rightarrow AiC$. Pomocí těchto axiómů (a pomocí fundamentálnější teorie obsahující 14 výrokových tautologií) jsou pak dokázána všechna konverzní pravidla a 20 sylogistických modů. Uveďme zásadní problémy tohoto „axiomatického“ přístupu: (1) Výběr axiómů, mezi které patří i „nearistotelské“ zákony identity, (2) nutnost zpochybněni některých Aristotelových postupů, které v této interpretaci nedávají dobrý smysl, přičemž jde zejména o nepřímý důkaz, (3) zařazení sylogistiky mezi vědy, což naprosto nereflektuje Aristotelův text a konečně (4) předpoklad, že v základech Aristotelova systému leží dost rozvinutá predikátová logika.[110] Łukasiewiczova kniha však zůstává, i přes tyto výhrady, velmi důležitá, protože pečlivě a přesně analyzuje jednotlivé aspekty sylogistiky a vyvrací mnoho mýtů, které se kolem sylogistiky vyrojily. Zároveň sloužila jako odrazový můstek pro mnoho dalších autorů, ať už se k této teorii přikláněli, či nikoli.[111]

---

[108] Příklady nalezneme na několika místech. Uveďme pouze jeden z *Etiky Níkomachovy*, kde stoji ([11, VII. c.5 1147a29–31]):

> má-li se okusit všeho, co jest sladké, a tato jednotlivá věc jest sladká, tu člověk, může-li a jestliže mu v tom nic nebrání, nutně to má tak činit.

[109] Srovnej [31, str. 88], kde je použit odlišný zápis v reverzní polské notaci.

[110] Z mnoha kritik Łukasiewiczova přístupu viz například Corcoranovy texty [18] a [20], text manželů Knealeových [29] (strany 80–81), či Learovu knihu [33], zejména strany 8–14.

[111] Další způsoby, jak bylo sylogistice v nedávné době rozuměno, lze nalézt například v Novakově článku [40]. Dnes je však přístup skrze deduktivní systém naprosto dominantní.

### 3.3.2 Sylogismus a důkaz

Ať už pak budeme překládat $\sigma\mu\lambda\lambda o\gamma\iota\sigma\mu\acute{o}\varsigma$ jakkoli, přičemž se zdá, že v určitých kontextech je lepší ponechat toto slovo v jeho řeckém tvaru a v jiných ho překládat modernějším slovem „odvození“, nevyhneme se nikdy Aristotelovým poznámkám o tom, že každý důkaz (*apodeixis* – $\grave{\alpha}\pi o\delta\epsilon\iota\xi\iota\sigma$) je odvození (sylogismus), ale ne každé odvození (sylogismus) je důkaz.[112] Důkaz má totiž pro Aristotela významnou *epistemickou* hodnotu, protože je založen na pravdivých premisách, používá obecně platné úsudkové pravidlo (pravidla), a tak nám přináší vědění (*epistémé* – $\grave{\epsilon}\pi\iota\sigma\tau\acute{\eta}\mu\eta$). O tomto nás explicitně informuje minimálně na dvou místech. Poprvé v *Topikách* [6, I. c.1 100a25–27], kde stojí, hned po standardní definici toho, co to je sylogismus (odvození):

> Důkaz je to pak, kdykoli sylogismus vychází z toho, co je pravdivé a prvotní, nebo z toho, čeho poznání vzniká z něčeho prvotního a pravdivého. Dialektický je však sylogismus, který vyvozuje závěr z toho, co je pravděpodobné.

Další ucelený komentář k dané problematice nalezneme v *Druhých analytikách* [5, I. c.2. 71b9 nn]:

> máme také vědění (*epistémé*), záležející v důkaze (*apodeixis*). Důkazem nazývám vědecký sylogismus (*syllogismos epistémonikon*).[113] Vědeckým však jej nazývám, poněvadž vědoucí jsme právě tím, že jej máme.
>
> Jestliže tedy vědění je takové, jak jsme uvedli, musí také dokazující vědění vycházet z premis, které jsou pravdivé, první, bezprostřední, známější a dřívější a jsou příčinou závěru. Neboť tak také počátky budou přiměřené, adekvátní tomu, co se dokazuje. Sylogismus totiž může být i bez těchto požadavků, ale nebude to důkaz, neboť nezpůsobí vědění.[114]

Nás tedy v Aristotelově terminologii zajímá nadále opravdu sylogismus a ne důkaz, protože jeho vlastnosti jsou již velmi odlišné od toho, co pod pojmem „důkaz“ v logice běžně rozumíme my.

---

[112]Viz *APr.* [4, I. c.4. 25b], kde v českém překladu doslova čteme: „O sylogismu musíme promluvit dříve než o důkaze, protože sylogismus je obecnější. Neboť důkaz je sice druh sylogismu, ale ne každý sylogismus je důkaz.“

[113]Borges zde v [15] překládá $\sigma\mu\lambda\lambda o\gamma\iota\sigma\mu\acute{o}\varsigma$ opět jako „deduction“.

[114]Další zajímavé detaily o povaze „důkazu“ lze nalézt v 6., 7. a 8. kapitole *Druhých analytik*.

### 3.3.3 Vlastnosti sylogismů

Vraťme se však nyní k méně problematickým, ale pro nás o to důležitějším pasážím *Prvních analytik*. Prvních sedm kapitol nám prezentuje takřka kompletní nauku o kategorickém sylogismu.[115] Ukazují a „dokazují“ platnost čtrnácti „sylogistických modů“ ve třech figurách pro odlišné dvojice premis, zdůvodňují neexistenci sylogismu pro všechny ostatní možné kombinace dvojic premis a průběžně přidávají definice pro další důležité pojmy sylogistiky. Zároveň i nyní budeme muset někdy z tohoto úzkého rámce vystoupit, abychom některá problematická témata ujasnili.

#### Figura a termíny sylogismu

Již ve formální části jsme nějakým způsobem zavedli a pracovali s pojmy sylogistická FIGURA ($\sigma\chi\tilde{\eta}\mu\alpha$) a TERMÍN ($\acute{o}\rho o\varsigma$) (vyšší, nižší, střední), a je tedy na místě podívat se, jak tyto pojmy definuje a používá Aristotelés.

Výměr jednotlivých figur u Aristotela se stal pro některé autory doslova záhadou, jak nás na to upozorňuje například Łukasiewicz a Patzig. Patzig tak na straně 89 v [44] cituje Maiera,[116] který říká: „To, na jakém principu je založeno Aristotelovo rozdělení na tři figury, je jedna z nejobtížnějších otázek, kterou Aristotelova logika interpretům klade.“[117]

Tyto potíže však mají dva jednoduché důvody. Prvním je fakt, že se sylogistika ubírala svojí vlastní cestou a výměr figury tradiční logiky byl od Aristotela vlastního záměru dosti vzdálen. To způsobilo mnoho problémů, protože se autoři pokoušeli (zcela marně) oba přístupy nějak sjednotit, případně vysvětlit ten tradiční tím Aristotelovým. Druhým důvodem je relativně velká nepřehlednost a víceznačnost vyjádření ohledně figur a termínů v rámci 4., 5. a 6. kapitoly, kde se pro každou figuru nachází zvláštní výměr jednotlivých termínů a této figury samotné, přičemž předem vůbec nejsme „upozorněni“ na to, jak a proč se jednotlivé figury vůbec uvažují. V kapitole 32. první knihy *Prvních analytik* se sice objeví jednoznačné vymezení jednotlivých figur, ale to je předběžně narušeno poznámkou ohledně možných pozic středního termínu ve 23. kapitole. Jsme zde opět postaveni před určitou Aristotelovu nedůslednost, kdy se mezi jednotlivými vyjádřeními objevuje výrazné napětí, které bude pozdější tradicí ještě znásobeno.

Nejprve uveďme (zopakujme podle formální části práce) tradiční vymezení zkoumaných

[115]Přičemž třetí kapitolu, která se zabývá konverzemi modálních premis, můžeme zcela vynechat.

[116]Jde zde o knihu Heinricha Maiera *Die Syllogistik des Aristoteles* z roku 1900.

[117]Přičemž Łukasiwicz ke kapitole, ve které se Maier této problematice věnuje, dodává, že je to ([31, str. 36]) „jedna z nejobskurnějších kapitola této zevrubné, ale nešťastné knihy.“

pojmů, které nalezneme takřka v každé knize zabývající se sylogistikou napříč historií, abychom lépe viděli, jak se liší od Aristotelova pojetí *Prvních analytik*.

| | **I.** | **II.** | **III.** | **IV.** |
|---|---|---|---|---|
| *Vyšší premisa* | M – P | P – M | M – P | P – M |
| *Nižší premisa* | S – M | S – M | M – S | M – S |
| *Závěr* | S – P | | | |

Tabulka 3.2: Klasické figury

Sylogismus se skládá ze tří soudů, dvou premis a závěru. Premisa, která obsahuje predikát závěru (takzvaný VYŠŠÍ TERMÍN ($P$)) se nazývá VYŠŠÍ PREMISA a v zápise bude vždy na prvním místě.[118] Premisa obsahující subjekt závěru (takzvaný NIŽŠÍ TERMÍN ($S$)) se nazývá NIŽŠÍ PREMISA. Termín, který se vyskytuje pouze v premisách, ale nikoli v závěru sylogismu, se konečně nazývá STŘEDNÍ TERMÍN ($M$). FIGURA je pak určena funkcí středního termínu v premisách sylogismu. Čtyři možnosti, jakým způsobem může být střední termín použit, jsou ukázány v tabulce 3.2.[119]
Nyní se však podívejme na to, jakým způsobem mluví o termínech a figurách Aristotelés. Jako první zde uveďme zásadní pasáž z 32. kapitoly, která popisuje, jakým způsobem vznikají jednotlivé figury (*APr.* [4, I. c.32 47a–b]):[120]

> musíme vzít v úvahu dvě premisy, ty pak rozdělit v termíny a učinit středním termínem ten, který je uveden v obou premisách. Neboť střední termín se musí vyskytovat ve všech figurách v obou premisách. Jestliže tedy střední termín je přísudkem a podmětem, nebo jestliže se o něčem kladně vypovídá, ale o něm se jiné popírá*, je to první figura. Pokud se v obou premisách vypovídá či popírá o jiném,* je to střední figura; a jestliže se o něm vypovídá jiné, nebo jednak se vypovídá kladně a jednak popírá, máme figuru poslední. Neboť takové postavení má střední termín v jednotlivých figurách sylogismu.
>
> ...

[118] Tak aspoň v tradiční „západní" logice. Středověcí arabští logikové jí naproti tomu zapisovali striktně jako druhou; viz článek [36].

[119] Návrh považovat za vyšší termín predikát závěru pochází snad od Jana Filoponose z 6. století občanského letopočtu – viz [29, str. 71].

[120] Musíme si však vypomoci i z jiného, než českého, překladu, protože zde evidentně kus textu zcela chybí a tato pasáž nedává dobrý smysl. (Doplněný text je zvýrazněn.)

> Můžeme-li o něčem usuzovat ve více figurách, poznáme figuru podle postavení středního termínu.

Funkce STŘEDNÍHO TERMÍNU v premisách je tak určující pro to, o jakou figuru se jedná bez ohledu na to, ve které premise má funkci subjektu či predikátu. Zároveň si všimněme, že Aristotelés uvažuje pouze o premisách sylogismu a o STŘEDNÍM TERMÍNU, takže nám stále chybí definice toho, co je to VYŠŠÍ a NIŽŠÍ TERMÍN. Tato definice se však od tradiční zásadně liší, protože Aristotelés tyto pojmy „definuje“ v kapitolách 4., 5. a 6. pro každou figuru zvlášť. Pro první figuru máme následující výměry (*APr.* [4, I. c.4 25b, 26a]):

> Kdykoli se tedy tři termíny mají k sobě navzájem tak, že poslední je obsažen v celém středním a střední v celém prvním je obsažen nebo není, pak se nutně tvoří pro krajní termíny dokonalý sylogismus.
>
> Středním nazývám termín, který je obsažen v jiném a obsahuje v sobě zase jiný; středním se stává také svou polohou. Krajními termíny nazývám předně ten, který sám je v jiném, a za druhé ten, v němž je jiný.
>
> ...
>
> Vyšším termínem nazývám krajní termín, v němž je obsažen střední, nižším termínem ten, který je podřazen střednímu.

Druhá figura a termíny jsou popsány hned na počátku páté kapitoly následujícím způsobem (*APr.* [4, I. c.5 26b–27a]):

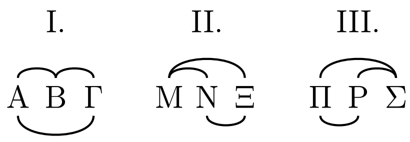
> Kdykoli tentýž termín náleží každému případu jednoho krajního, ale žádnému druhého, nebo náleží každému případu obou nebo nenáleží žádnému, nazývám takovou figuru druhou.
>
> Středním termínem v ní nazývám to, co se vypovídá o obou, krajními termíny to, o čem se střední vypovídá; vyšším termínem ten, který je nejblíže u středního termínu, nižším ten, který je od středního termínu vzdálenější.
>
> Střední termín je však vně krajních pojmů a polohou je první.

Nakonec třetí figura a její termíny vypadá podle začátku šesté kapitoly takto (*APr.* [4, I. c.6 28a]):

> Figuru, kde témuž termínu náleží jeden krajní v každém, druhý v žádném případě, nebo kde oba krajní mu náležejí v každém nebo nenáležejí v žádném případě, nazývám třetí.

Středním termínem v ní nazývám ten, o němž se vypovídají oba druhé, krajními termíny jsou ty, které se vypovídají, vyšším termínem je ten, který je od středního termínu vzdálenější, nižším pak ten, který je mu blíže. Střední termín se klade vně krajních termínů a polohou je poslední.

Mezi těmito výměry lze vidět ostrý rozdíl, kdy jsou pro první figuru termíny definovány „sémanticky“ a pro druhou a třetí figuru „syntakticky“[121] a zároveň je důležité si všimnout, že i v těchto pasážích se pracuje při výměru jednotlivých pojmů pouze s premisami. Pro první figuru je dále zcela zřejmé, že sémanticky Aristotelovo určení platí pouze pro sylogismus *Barbara*, kde jsou „rozsahy“ jednotlivých pojmů opravdu strukturovány uvedeným způsobem.[122] Na druhou stranu nám tento „tranzitivní“ vztah umožní, ve spojení s definicemi termínů dalších dvou figur, určitou plausibilní rekonstrukci, či alespoň interpretaci, elementárních diagramů pro jednotlivé figury.[123] Obrázek 3.3, vytvořený podle




Obrázek 3.3: Aristotelské figury

[29], ukazuje, jakým způsobem si mohl Aristotelés nejzákladnějším způsobem reprezentovat sylogistické premisy tak, aby jeho předcházející definice dávaly dobrý smysl, přičemž střední termíny jsou postupně pro jednotlivé figury $B$, $M$ a $\Sigma$. Horní linie v tomto obrázku značí, které dva termíny tvoří premisy a dolní linie označuje termíny, ze kterých se skládá závěr případného sylogismu v dané figuře.[124]

Lynn Rose se snaží argumentovat, že takovéto trojice termínů, maximálně s propojením premis, mohly být pro Aristotela nejzákladnější podobou zápisu sylogismu. Přitom

[121] Výrazy bližší a vzdálenější pro druhou a třetí figuru nemohou mít sémantický význam, jak se lze přesvědčit snadno tím, že si, pomocí „diagramů“ z první části, několik sylogismů nakreslíme. Viz například diagram pro sylogismy *Cesare* a *Camestres*, ve kterých je „sémantický“ vztah krajních termínů zcela invertován.

[122] I to však nakonec platí pouze pro případ, který jsme na straně 59 nazvali *ideální Barbara*.

[123] O rekonstrukci se tímto způsobem snaží Lynn Rose na stranách 16–26 knihy [49] a Knealovi v [29] na stranách 67–72.

[124] Tato spojení jsou „pro Aristotela“ zavedeny Knealovými zatímco Lynn Rose použití těchto čar ospravedlňuje pouze jejich praktičností pro výklad, ale zavrhuje, že by je používal sám Aristotelés. Podobné diagramy však byli u jeho pozdějších komentátorů naprosto běžně používány – srovnej přílohy IV. a V. v [49].

však připouští jejich nedostatečnost, má-li se blíže specifikovat kvalita a kvantita jednotlivých premis, což způsobuje, že sylogismy v takovéto podobě v *Analytikách*, snad až na dva případy v *APr.* [4, I. c.25 23b21, II. c.17 65b4], nenajdeme. Na podpoření tohoto tvrzení poukazuje Rose hlavně na způsob, jakým Aristotelés v jednotlivých kapitolách uvádí seznamy termínů, které „vyvracejí" danou dvojici premis jako „nesylogistickou". Tyto trojice termínů jsou totiž vždy uvedeny v pořadí, které odpovídá výše uvedenému schématu.

Knealovi přidávají k zdůvodnění možnosti právě tří figur požadavek, že vyšší termín musí v zápise předcházet nižší – viz [29, str. 72]. Avšak to je neopodstatněné a jsme tím zavedeni zcela zbytečně do dob „před Łukasiewiczem", který poukázal na irelevantnost požadavku fixního pořadí premis či samotných termínů.[125] Již Aristotelés totiž na mnoha místech uvádí sylogismy a premisy v opačném pořadí a nezdá se, že by mu to činilo jakékoli osobní nebo systematické problémy.[126] Druhý důvod odmítnutí fixního pořadí premis je pro Łukasiwicze *logický* a vychází z toho, jak sylogistice rozumí.[127] Vzhledem k tomu, že sylogismus má pro něj tvar implikace s konjunkcí v antecedentu, je požadavek na pořadí premis, díky komutativitě konjunkce, zcela nesmyslný.[128]

Z výše uvedeného tedy můžeme usoudit na to, že figura je u Aristotela určována skutečně pouze funkcí středního termínu v premisách, aniž by hrálo roli s jakým krajním termínem tu kterou funkci zastává. Uvedené však lze zpochybnit pasáží z 23. kapitoly *Prvních analytik*.[129] V této kapitole totiž čteme následující popis toho, jak můžeme použít střední termín pro predikát $A$ a subjekt $B$ (*APr.* [4, I. c.23 41a]):

> Je-li tedy nutno přibrat něco společného oběma, a to je možné trojím způsobem, buď totiž tak, že se A vypovídá o C a C o B, nebo že se C vypovídá o

[125] Viz [31, str. 32–34].

[126] Snad nejlepším příkladem může být formulace sylogismu *Datisi* z *APr.* [4, I. c.6 28b12], kde čteme: „jestliže R náleží některému S a P každému S, nutně P náleží některému R." To je z historického hlediska nekorektní, protože nižší premisa předchází vyšší. O pár řádků později je pak tentýž sylogismus uveden již ve své „správné" podobě (*APr.* [4, I. c.6 28b26]): „jestliže P náleží každému S, avšak R některému S, bude i P náležet některému R."

[127] Viz výše stranu 91.

[128] My tak tento argument sice nemůžeme použít, protože zde chápeme sylogistiku jako deduktivní systém, můžeme však přednést též podobně jednoduchý *logický* důvod. Nebudeme-li totiž chtít sylogistiku považovat za předchůdkyni substrukturální logiky, a k něčemu takovému text vůbec nesvádí, pak můžeme říci, že na pořadí premis, v rámci, běžně chápaného, deduktivního systému, rozhodně nezáleží.

[129] Lynn Rose při zkoumání figur tuto část zcela ignoruje a vrací se k němu až později, zatímco pro Łukasiewicze (viz [31, str. 23]) je toto místo pro vymezení figur naprosto ústřední.

> obou nebo obojí o C –, a máme-li tím uvedené figury, musí se zřejmě každý sylogismus tvořit v jedné z těchto figur.

Je evidentní, že v tomto případě nemá Aristotelés pravdu, když říká, že jsou pouze tři možnosti, jak může být střední termín $C$ spojen s krajními. Taková varianta, kde se „B vypovídá o C a C o A“, totiž vypadá zcela rozumně a na tomto místě lze uvedený závěr považovat za Aristotelovo přehlédnutí, který byl nejspíše stále veden pohledem, který jsme ukázali výše. Tato pasáž nás zároveň přivádí k evergreenu sylogistiky, kterým je otázka po povaze a nezbytnosti čtvrté figury, která je známá pod názvem galénská.[130] Tato figura má totiž přesně tu formu, která se zdá zúplňovat výše uvedený Aristotelův výčet a stala se nedílnou součástí tradiční sylogistiky. Její nezbytnost byla mnohdy zpochybňována či zdůvodňována různě obskurními důvody avšak zdá se, že se s ní dá vypořádat velmi jednoduchým způsobem, jak se za chvíli pokusíme ukázat. Nejprve však uvedeme další, pro Aristotela důležité, rozlišení a podíváme se na to, jak sám v textu prezentuje a dokazuje jednotlivé sylogismy v rámci jím uvažovaných tří figur.

### Dokonalý a nedokonalý sylogismus

Již ke konci první kapitoly se objeví důležité rozdělení sylogismů na dokonalé a nedokonalé (*APr.* [4, I. c.1. 24b]):

> Dokonalým (*τέλοειον*) sylogismem nazývám takový, který kromě daných premis nepotřebuje nic jiného k tomu, aby jeho nutnost byla zjevná, nedokonalým (*ἀτελῆ*) takový, který potřebuje ještě jednu nebo více dalších premis, které sice nutně vyplývají z daných termínů, ale v premisách nejsou obsaženy.

Tato ne zcela jasná specifikace způsobila mnoho diskuzí o tom, čím jsou vlastně dokonalé sylogismy tak odlišné od nedokonalých a o tom, jak se dá případně zdůvodnit jejich

[130] Název vzniklý podle věhlasného lékaře a filosofa z druhého století o.l. Galéna. Tradice mu totiž přisoudila roli „objevitele“ čtvrté figury a do dnešních dnů se mu tato zásluha připisuje. Na druhou stranu je již dlouho opakovaně zcela přesvědčivě poukazováno na to, že se zde jedná o smyšlenku, založenou na chybě při četbě určitých pasáží Galénových logických spisů. Ani to však autorům nadále nebrání přesvědčovat své čtenáře, že ([57, str. 51]): „čtvrtou figurou se poprvé začal systematicky zabývat římský lékař a logik Claudius Galénus (129–199)“ a „z toho důvodu proto někdy též hovoříme o *figuře galénské*.“ O původu fámy okolo 4. figury se lze více dočíst například u Łukasiewicze ([31, str. 38–42]), ale například již Schopenhauer se v druhé části díla *Svět jako vůle a představa*, když se zabývá sylogismy ([51] str. 82.), vyjadřuje k chybnému připisování 4. figury Galénovi.

platnost.[131] Historicky vlivné a převažující zdůvodnění bylo/je založeno na tom, že zatímco obecná platnost sylogismů druhé a třetí (případně i čtvrté) figury je zdůvodněna jejich „zdokonalením“ pomocí převodu na sylogismus dokonalý,[132] je platnost sylogismů první figury založena na *diktu de omni et nullo*,[133] které je položeno jako zakládající „princip“ či „axiom“ celé sylogistiky. Toto mínění bylo naprosto dominantní až do 20. století, kdy bylo napadeno Łukasiewiczem a následně i dalšími autory (Patzigem, Corcoranem, Smithem či Learem), kteří dokonalost sylogismů první figury chápou buď skrze jejich evidentní platnost, která nevyžaduje žádné „hlubší“ založení v nějaké další „logické“ teorii, případně explicitním poukazem na nějakou inherentní vlastnost těchto sylogismů.[134]

Zároveň je třeba poznamenat, že Aristotelova vyjádření v rámci čtvrté kapitoly *Prvních analytik* skutečně naznačují, že prioritním důvodem pro platnost sylogismů první figury je to, jakým způsobem je chápán výraz (*APr.* [4, I. c.4 25b40]) „vypovídat o každém“, případně (*APr.* [4, I. c.4 26a27])„nebýt vypovídán o žádném.“ Uvážíme-li dále, že (*APr.*

[131] Velkým problémem pro interpretaci tohoto rozlišení bylo, že se již velmi brzo po Aristotelovi začala chybně nazývat jako *dokonalá* celá první figura a sylogismy pod ní spadající byly dokonalé právě příslušností k této figuře. To je názor zcela nezdůvodnitelný samotným textem a znemožňuje jakékoli rozumné vysvětlení. Pro příklad tohoto tvrzení viz Tvrdého knihu [61] stranu 113.

[132] Případně pomocí nepřímého důkazu, který již používá nějaký dokonalý sylogismus. Samotný proces zdokonalování sylogismů dalších figur, kterým se budeme za chvíli věnovat, je pak jeden z nejdůležitějších úkolů 5. a 6. kapitoly *Prvních analytik*. Detailní historický rozbor tohoto problému lze nalézt v Patzigově knize [44] na stranách 69–83, případně lze i odkázat na třetí přílohu knihy Lynn Rose [49, str. 104–108], kde je uvedeno šestnáct různých důvodů, proč byla/je první figura chápána jako dokonalá.

[133] To jest na tvrzení, které říká, že „kdykoli lze něco vypovídat nebo popírat o nějakém celku, pak se to musí dát vypovídat či popírat o libovolné části tohoto celku.“ Jako explicitní formulace tohoto principu v *Prvních analytikách* byly tradičně uváděny poslední dvě věty první kapitoly první knihy, případně první věta z třetí kapitoly *Kategorií*. Pro „klasický“ příklad takového zdůvodnění srovnej §54–59. z Gredtovy knihy [26]. Založení dokonalosti sylogismů na tomto principu obhajoval poslední dobou například Patterson v článku [42], či v knize [43].

[134] Například Paztig ([44, str. 49–57.]) dokonalost sylogismů první figury zdůvodňuje „formálně“ na základě možnosti „překladu“ jejich standardní (Aristotelovy) formulace do jazyka relační logiky, která odkrývá „tranzitivní“ vztah mezi jednotlivými termíny, ale která právě nefunguje pro další dvě figury. Kevin Flannery pak v článku [23] nabízí psychologicky-fenomenologické vysvětlení, kdy základní tezí je to, že (str. 461):

> když Aristotelés tvrdí, že nějaký sylogismus je dokonalý, má tím na mysli to, že jakmile člověk pochopil (*grasped*), v průběhu procesu (nebo operace) konstruování mentálního obrazu toho, co sylogismus tvrdí, premisy, vidí i závěr.

[4, I. c.1 24a15–16]) „co míníme vyjádřením, že se něco vypovídá o každém nebo o žádném“ patří mezi základní témata uvedená v úvodu *Prvních analytik*, je onen historický přístup skrze *dictum de omni et nullo* částečně pochopitelný. Stále však můžeme tvrdit, že tyto vlastnosti nejsou nějakým zásadním způsobem „elementárnější“, ale slouží pouze k podtržení zřejmé platnosti dokonalých modů. Hlavní rozdíl mezi dokonalým a nedokonalým sylogismem pak můžeme stanovit, v souladu s „Corcoranovým“ postupem, jako rozdíl mezi již kompletním odvozením a odvozením, které ještě některé důkazové kroky postrádá. Nechápeme-li totiž sylogismus jako jednu uzavřenou „formuli“, ale jako dvojici *premisy – (hledaný) závěr*,[135] dává taková interpretace naprosto dobrý smysl. Díky takovému přístupu budeme též moci snadno ospravedlnit a sjednotit způsoby, kterými Aristotelés nedokonalé sylogismy zdokonaluje, což je pro Łukasiewicze či Patziga mnohem palčivější úkol.

### Sylogismy a jejich zdokonalování

V kapitolách 4.–7. jsou postupně prezentovány dvojice premis v jednotlivých figurách, ze kterých plyne nutně sylogismus a zároveň jsou zde systematicky probírány i dvojice nesylogistické. K dosažení těchto cílů pak Aristotelés používá odlišných metodologických postupů, přičemž se nejprve budeme věnovat tomu, jakým způsobem je zde pro jednotlivé figury ukázáno, že z dané dvojice premis nějaký sylogismus skutečně plyne.

Vzhledem k tomu, že sylogismy první figury jsou Aristotelem považovány za dokonalé (viz výše), liší se „zdůvodňování“ ve 4. kapitole výrazně od toho, co nacházíme v následujících dvou kapitolách. V této kapitole Aristotelés předkládá postupně čtyři dvojice premis,[136] ze kterých lze odvodit dokonalé sylogismy, které později tradice nazve jmény *Barbara*, *Celarent*, *Darii* a *Ferio*.[137] Platnost těchto sylogismů již nelze, podle jeho vlastních slov, nijak dokazovat, a tak Aristotelés pouze podtrhne fakt, že jsou evidentní na základě toho, jakým způsobem rozumí „vypovídání o každém a o žádném“. Pro ilustraci a následné srovnání s dalšími kapitolami uveďme pasáž, která zavádí sylogismy *Darii* a *Ferio* (*APr.* [4, I. c.4 26a23–27]):

> Nechť totiž A náleží každému B, B však některému C. A tak A musí náležet

[135] V „dedukcionstické“ tradici označované jako *P–c argument*.

[136] Aristotelés nejprve systematicky řeší případy, kdy jsou obě premisy obecné (ať už kladné nebo záporné), pak variantu, kdy je jedna premisa obecná a druhá částečná a nakonec stručně případ, kdy jsou obě premisy částečné.

[137] Viz seznam sylogistických modů na straně 11 a též přílohu A.

některému C, jestliže výraz „býti vypovídán o každém“ označuje, co jsme řekli na počátku. A jestliže A nenáleží žádnému B a B náleží některému C, nutně A nenáleží některému C. Neboť jsme také určili, jak rozumíme výrazu „nebýt vypovídán o žádném“.

Na závěr této kapitoly ještě Aristotelés poznamenává, že (*APr.* [4, I. c.4 26b31–32]) „v této figuře se dokazují závěry ($\pi\rho o\beta\lambda\acute{\eta}\mu\alpha\tau\alpha$) všeho druhu“,[138] což bylo v pozdější tradici často chybně považováno za důvod, proč je tato figura první, a proč je jako celek „dokonalá“. Celkem dostáváme z první figury čtyři „dokonalá“ odvozovací pravidla, která si můžeme přidat k třem pravidlům konverze z druhé kapitoly.[139]

Pátá a šestá kapitola ukazují dalších deset (nedokonalých) sylogismů, které Aristotelés nachází systematickým procházením různých kombinací premis a pro které ukazuje, jak mohou být zdokonaleny. Pro kategorické sylogismy jsou používány dva způsoby důkazu: přímý ($\delta\epsilon\iota\kappa\tau\iota\kappa\tilde{\omega}\varsigma$) a nepřímý „skrz nemožnost“ ($\delta\iota\grave{\alpha}\ \tau o\tilde{\upsilon}\ \grave{\alpha}\delta\upsilon\nu\acute{\alpha}\tau o\upsilon$). Na přesnější popis toho, jak Aristotelés tyto důkazy chápe, si však musíme počkat až do 23. kapitoly první, případně do 14. kapitoly druhé knihy *Prvních analytik*. Na těchto místech nalézáme pasáže vymezující, co je přímý a nepřímý důkaz, které jsou takřka v naprosté faktické shodě s našimi definicemi,[140] ale již v kapitolách 5. a 6. lze, podle jejich použití, usuzovat na totéž. Pro několik modů třetí figury je zmíněna alternativní možnost důkazu pomocí vynětí, ale té se zde nebudeme podrobněji věnovat, protože vynětí má své zásadní použití až v modální sylogistice, kde je pro dva mody jediným nabídnutým důkazním prostředkem.[141] Tabulka 3.3 uvádí přehled, jak jsou jednotlivé mody Aristotelem primárně dokazovány (D), které alternativní důkazové postupy jsou nabídnuty (A), a jaká odvozovací pravidla, tj. sylogismy první figury a pravidla obratu, jsou použita při jejich důkazu (D). Upozorněme však na to, že v kapitolách 12 a 13 druhé knihy *Prvních analytik* bude Aristotelés zdůvodňovat, že všechny sylogismy dokázané dříve přímo, lze dokázat též nepřímo. Rozhodnutí pro přímý důkaz všude, kde je to možné, tak nejspíše

[138]Tj. lze odvodit závěry všech kvalit a kvantit ($XaY, XeY, XiY, XoY$). V žádné další figuře to platit nebude, protože druhá figura dokazuje pouze negativní závěry a třetí jen částečné. Obě tato další pozorování učiní i Aristotelés.

[139]Viz stranu 84.

[140]Viz stranu 21.

[141]Jak ukázal Robin Smith v [56], lze i pro tento postup navrhnout odvozovací pravidla, která ho dobře zachytí a tato pravidla pak jen přidat k přímému důkazu. To nám dokonce umožní zbavit se, pro kategorický sylogismus, nepřímého důkazu.

| | Sylogismus | Důkaz | | | Důkaz pomocí |
|---|---|---|---|---|---|
| | | Přímý | Nepřímý | Vynětím | |
| II. | *Cesare* | D | | | *E-con*, *Celarent* |
| | *Camestres* | D | A | | *E-con*, *Celarent*, *E-con* |
| | *Festino* | D | | | *E-con*, *Ferio* |
| | *Baroco* | | D | | *Barbara* |
| III. | *Darpati* | D | A | A | *A-pcon*, *Darii* |
| | *Disamis* | D | A | A | *I-con*, *Darii*, *I-con* |
| | *Datisi* | D | A | A | *I-con*, *Darii* |
| | *Felapton* | D | A | | *A-pcon*, *Ferio* |
| | *Bocardo* | | D | A | *Barbara* |
| | *Ferison* | D | | | *I-con*, *Ferio* |

Tabulka 3.3: Nedokonalé mody

vychází z jeho větší „přirozenosti“ ve srovnání s nepřímým.[142] Předložme nyní dva citáty zdůvodňující platnost dvou sylogismů, jednoho ve druhé a jednoho ve třetí figuře. Nejprve zdokonalení modu *Camestres* pomocí přímého důkazu (*APr.* [4, I. c.5 27a11–15]):[143]

> A opět, náleží-li M každému N, ale nenáleží žádnému O, nebude ani O náležet žádnému N. Neboť jestliže M nenáleží žádnému O, nebude ani O náležet žádnému M [*E-con*]. M však podle předpokladu náleželo každému N. A tak O nebude náležet žádnému N [*Celarent*]. Neboť tak vzniká opět první figura. Ježto se však zápor dá obrátit, nebude ani N náležet žádnému O [*E-con*], takže vznikne tentýž sylogismus. To je možno ukázat i nepřímým důkazem.

Pro třetí figuru uveďme sylogismus *Bocardo*, kde je použit nepřímý důkaz (*APr.* [4, I. c.6 28b16–22]):

> . . . náleží-li R každému S, ale P některému S nenáleží, vyplývá z toho nutně, že P některému R nenáleží. Kdyby totiž náleželo každému R [přidáme negaci závěru $RaP$ k předpokladům], muselo by náležet také R každému S a P každému S [*Barbara* na $SaR$ a $RaP$ dá $SaP$]; ale podle předpokladu každému nenáleží [tj. spor předpokladem $SoP$]. To se dá dokázat i bez nepřímého důkazu, vezme-li se některé S, jemuž P nenáleží [tj. pomocí vynětí].

[142]Srovnej [44, str. 137].

[143]V hranatých závorkách jsou zdůrazněny jednotlivé kroky odvození.

Nyní by se mohlo zdát, že jsme se dostali do potíží. Máme zde totiž pouze 14. platných modů, i když na straně 11 jsme jich uvedli celkem 24, byť s poznámkou, že se jedná o nearistotelské mody. Tím jsme se nesnažili naznačit, že by Aristotelés zpochybňoval jakýmkoli způsobem jejich „platnost“. Základním důvodem pro toto rozlišení je absence jejich explicitního zmínění v rámci právě uvažovaných kapitol 4.–6., kde skutečně adekvátní formulace nenalézáme. Avšak podíváme-li se na další místa, konkrétně kapitolu 7 a 23 první knihy a první kapitolu druhé knihy *Prvních analytik*, uvidíme, že situace je zcela jiná. Nejbohatší z těchto pasáží je první kapitola druhé knihy, po jejímž přečtení můžeme uznání platnosti většiny z takzvaných „nepřímých“ a „subalterních“ modů přiřknout již Aristotelovi. Nejdůležitější poznámkou je na tomto místě následující (*APr.* [4, II. c.1 53a4–7]):

> Protože však ze sylogismů jedny obecné, druhé částečné, vyvozuje se u všech obecných vždy více závěrů, avšak u částečných je to tak, že kladných vyplývá více, u záporných však jen jeden závěr.

Na základě tohoto textu (a zbytku první kapitoly) se zdá být oprávněné tvrdit, že Aristotelés uznával platnost všech „nearistotelských“ modů. Pro to však potřebujeme následující podmínky, které jsme však již v průběhu textu zdůvodnili. (1) Povolit používat opakovaně pravidla konverze a případně uznat, že Aristotelés chápal jako platný i obrat *E-pcon*.[144] (2) Nevyžadovat pevné pořadí premis jako podmínku pro to, aby bylo možné odvodit určitý závěr. (3) Chápat sylogistiku jako sadu odvozovací pravidel a být schopen rozlišit mezi užším a širším chápáním sylogismu; tj. mezi sylogismem jako konkrétním odvozovacím pravidlem a sylogismem, jako obecnou dedukcí vůbec. Díky tomu dokážeme velmi jednoduše z daných premis odvodit jak závěry *subalterních* modů první a druhé figury, tak všechny mody figury čtvrté.[145]

To, co si z výše uvedeného můžeme odnést je následující: Vzhledem k tomu, co nám Aristotelés (nejen) v rámci *Prvních analytik* říká o povaze sylogismu, není u něj rigidní určení čtvrté figury naprosto nutné. Všechny závěry, které se v ní dají odvodit, se dají odvodit i

[144] Pro detaily viz poznámku 78 na straně 81.

[145] Poznamenejme, že bychom se mohli obejít i bez zmíněného pravidla *E-pcon*, protože na místech, kde se toto pravidlo hodí použít, bychom mohli dokazovat též nepřímo. Například důkaz platnosti modu *Celaront* ($ZeY, XaZ \vdash XoY$) by s povolením tohoto pravidla probíhal triviálně takto: „použij *Celarent* a poté *E-pcon* na získaný závěr“, avšak bez jeho povolení musíme například postupovat („méně přirozeně“) nepřímo takto: „nechť není pravda, že $XoY$, tedy platí $XaY$, z toho plyne, pomocí *A-pcon*, že $YiX$; z premis $ZeY$ a $XaZ$ však získáváme, pomocí *Celarent*, $XeY$ a z toho, pomocí *E-con*, *YeX*, což je spor.“

jinak za použití stejných premis. Její nepřítomnost souvisí s tím, jakým způsobem Aristotelés rozlišoval jednotlivé figury. Toto rozlišení, založené pouze na tom, jaké role hraje střední termín v premisách, čtvrtou figuru nijak nevyžaduje a poznámka z 23. kapitoly první knihy ohledně možnosti distribuce středního termínu, která nezbytnost čtvrté figury naznačuje, by nás neměla zviklat. Jistě, bylo by pěkné mít nějaké explicitnější vyjádření k této problematice, ale zdá se mi, že implicitně je jasné, že čtvrtá figura v Aristotelově systému neschází.

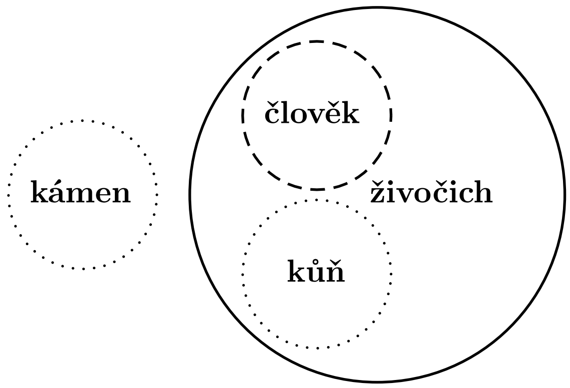
### Nesylogistické dvojice premis

Poté, co jsme probrali, jakým způsobem jsou prezentovány platné sylogismy, můžeme se na kapitoly 4.–6. podívat znova a ukázat si, jak zdůvodňuje Aristotelés neexistenci sylogismů pro ostatní dvojice premis v jednotlivých figurách. Protože Aristotelés zkoumá primárně dvojice premis ve třech figurách, kdy se ptá, „zda z této dvojice plyne nutně nějaký sylogismus, nebo ne“, má před sebou celkem 48 možností. V předchozí sekci jsme ukázali, jak zdůvodnil pro 14 těchto dvojic, že zde „bude možný sylogismus“, a zbývá nám tak 34 dvojic premis, ze kterých nic nutného neplyne. K odůvodňování tohoto faktu používá Aristotelés přímé vyvrácení pomocí protipříkladu, případně poukaz na to, že neplatnost byla dokázána již pro silnější premisu-premisy.[146]
Přímé vyvrácení probíhá způsobem, který dobře popisuje a ihned ilustruje tato pasáž 4. kapitoly (*APr.* [4, I. c.4 26a2–9]):

> Jestliže však náleží vyšší termín sice každému střednímu, ale střední termín žádnému nižšímu, nebude možno utvořit sylogismus pro krajní termíny. Neboť z toho, že tomu tak je, nic nevyplývá s nutností. Vyšší totiž stejně může náležet každému nižšímu, jako nenáležet žádnému, takže tu není nutný ani částečný závěr, ani obecný. Poněvadž tu však z těchto předpokladů neplyne nic nutného, nelze utvořit sylogismus. Pro první případ, že vyšší náleží nižšímu, uveďme termíny: živočich, člověk, kůň; pro druhý případ, že vyšší nenáleží nižšímu: živočich, člověk, kámen.

V našem zápisu, kdy subjekt předchází predikát, se tedy v předchozí pasáži Aristotelés zajímá o to, zda něco nutně plyne z premis $MaP$ a $SeM$, přičemž lze tuto situaci vizuálně dobře reprezentovat pomocí obrázku 3.4, kde jsou již substituovány jednotlivá pojmová

[146]Touto tematikou se podrobně zabývají všichni již zmínění autoři; srovnej například Łukasiewicze [31, str. 67–72] či Bogera [15, str. 189–200].




Obrázek 3.4: Neexistence sylogismu z premis $MaP$ a $SeM$.

písmena.[147] Žádný závěr, ze všech čtyř možných, tj. $SaP$, $SiP$, $SeP$, $SoP$, však nutně nedostáváme, protože pro každý „možný sylogismus“ máme k dispozici vhodné interpretace, které splní oba předpoklady, ale závěr nesplní. Trojice „živočich, člověk, kámen“ tak vyvrací nutnost kladných závěrů, protože sice platí, že (a) „každý člověk je živočich“ a (b) „žádný kámen není člověk“, ale neplatí, že by „každý/některý kámen byl živočich“. Stejnou službu pak činí trojice „živočich, člověk, kůň“ pro vyvrácení nutnosti negativních závěrů. Stručně řečeno: neplatí, že by v tomto případě z pravdivých premis vždy plynul pravdivý závěr, ať už by byl jakýkoli. Na několika místech uvádí Aristotelés termíny, které máme substituovat, trochu odlišným způsobem, ale na věci to nic nemění. Například později ve čtvrté kapitole, kdy se věnuje premisám tvaru $MaP$ a $SoM$, uvádí vyvrácení následujícím způsobem (*APr.* [4, I. c.4 26b5–10]):

> Neboť čemu nenáleží střední termín, tomu první termín může jak náležet, tak nenáležet. Buďtež totiž dány termíny živočich, člověk, bílé, pak bílé, o kterém se termín člověk nemůže vypovídat, bude labuť a sníh. Potom se termín živočich bude vypovídat u jednoho o každém, u druhého o žádném, takže z toho nebude možný žádný sylogismus.

Zde místo dvou trojic termínů dostáváme trojici, v níž máme za jeden termín („bílé“) ještě dosadit specifického „reprezentanta“ („labuť“, „sníh“) a tím si trojice „živočich, člověk labuť“ a „živočich, člověk, sníh“ sestrojit.

Na několika místech však Aristotelés zdůvodňuje „nesylogističnost“ určité dvojice premis poukazem na jinou, již vyvrácenou, dvojici. Příklad tohoto postupu nalézáme též ve čtvrté

[147] Střední termín je vyznačen čárkovanou, nižší tečkovanou a vyšší plnou čarou.

kapitole, když čteme v rozšířené úvaze o premisách $MaP$ a $SoM$ (*APr.* [4, I. c.4 26b14–21]):

> Mimo to tam, kde výraz „B [M] nenáleží některému C [S]“, je neurčitý – je však správný, i když nenáleží žádnému, i když nenáleží každému, protože nenáleží některému, nevznikne sylogismus, jak bylo řečeno již nahoře, jestliže se pak termíny vezmou tak, že nenáleží žádnému. Je tedy zřejmo, mají-li se k sobě termíny takto, že není možný žádný sylogismus; neboť jinak by tomu muselo být i tam. Podobně to bude moci být ukázáno, jestliže je obecná premisa záporná.

Zde je totiž odkázáno k silnější dvojici premis tvaru $MaP$ a $SeM$ (respektive později $MeP$ a $SeM$), které již byly ukázány jako nesylogistické. Proto ani slabší premisa $SoM$ nemůže zaručit nutnost nějakého závěru. V substituci můžeme totiž použít stejné termíny jako v případě silnější premisy, protože jsme nijak blíže nespecifikovali požadavky na $SoM$.[148] Tyto postupy tedy Aristotelés uplatňuje v průběhu tři kapitol, zabývajících se jednotlivými figurami, a úspěšně tak vyřadí všechny dvojice premis, z kterých „nic nutného neplyne“. Stojíme tedy a konci první významné části *analytik*, kdy máme k dispozici dva základní důkazové prostředky, 14. platných sylogismů, 3 (implicitně 4) pravidla konverze a protipříklady (či návod na konstrukci protipříkladů) pro všech 34 zbývajících kombinací premis. Nyní se podíváme na některé metalogické úvahy, které Aristotelés provádí, a tím náš exkurz do světa kategorického sylogismu ukončíme.

### Metalogické úvahy

Nyní jsme již probrali základní aspekty nauky o kategorickém sylogismu. Víme, jak vypadá soud, jako základní stavební kámen pro další úvahy a viděli jsme, jaká pravidla obratu a kategorické sylogismy Aristotelés uznával. Zároveň jsme se průběžně pokoušeli zdůvodnit to, proč má smysl rozumět sylogistice jako deduktivnímu systému. Následující závěrečné pasáže se budou věnovat několika dalším aspektům, kterých si Aristotelés všímá. Nebudeme zde probírat vše, co dalšího Aristotelés o sylogistice v analytikách říká, ale pokusíme se poukázat alespoň na to nejdůležitější vzhledem k tomu, co jsme vykonali ve formální části této práce.

Ihned poté, co Aristotelés ukončí v kapitolách 4., 5. a 6. výčet sylogismů ve třech figurách, nalezneme v již zmiňované 7. kapitole naprosto „klasickou“ úvahu. Jde o prokázání

[148]Což by ani nehrálo roli, protože sylogismus dostaneme jen tehdy, když z pravdivých premis plyne pravdivý závěr a termíny, které splní $SeM$, splní automaticky též $SoM$.

toho, že je možné (*APr.* [4, I. c.7 29b1–2]): „všechny sylogismy převést na sylogismy s obecným závěrem v první figuře." Aristotelés zde postupuje maximálně úsporně, když vybere nejnižší počet sylogismů, pro které toto tvrzení ještě vyžaduje důkaz. Jde (srovnej tabulku 3.3) o dva částečné mody první figury (*Darii* a *Ferio)* a o tři mody s jednou částečnou premisou třetí figury (*Disamis*, *Datisi* a *Ferison*), které se přímo dokazovaly pomocí částečných modů první figury. Částečné sylogismy první figury jsou dokázány pomocí nepřímého důkazu, který využívá sylogismus z druhé figury, který byl „zdokonalen" prostřednictvím obecného sylogismu první figury. Tak například pro sylogismus *Darii* je předveden následující postup (*APr.* [4, I. c.7 29b8–12]):

> Jestliže A náleží každému B, B však náleží některému C, platí závěr, že A náleží některému C. Neboť nenáleží-li žádnému C, ale každému B, nebude B náležet žádnému C; to známe z druhé figury.

Pro tři zmíněné sylogismy třetí figury Aristotelés na tomto místě explicitní důkaz neuvádí, ale nabídne nám pouze korektní obecný postup: Protože byly tyto sylogismy původně dokázány pomocí částečného sylogismu první figury a protože jsme právě ukázali, jak tyto částečné sylogismy převést na obecné skrze druhou figuru, máme i důkaz těchto tří sylogismů skrze obecné sylogismy první figury. Na velmi malém prostoru nám tak Aristotelés nabídne nejmenší možný deduktivní systém, který obsahuje pouze tři pravidla konverze, dva obecné sylogismy první figury a dva typy důkazů – přímý a nepřímý, ze kterého již lze odvodit všechny sylogismy.[149] Tento systém je též od 70. let 20. století braný jako kanonický minimální deduktivní systém a používá ho Corcoran [17], Smiley [55] či Smith [56]. V podobném duchu je pak i předposlední (45.) kapitola první knihy *Prvních analytik*, kde Aristotelés ukazuje možnosti vzájemné přímé převoditelnosti mezi sylogismy jednotlivých figur. V podstatě zde dělá část toho, co, vzhledem k tradiční nauce, kompletně zpracoval Klaus Glashoff v článku [24], kdy ukázal které kombinace sylogismů a pravidel stačí k odvození všech ostatních.[150] Aristotelés se zde však omezuje pouze na přímé odvození a správně ukazuje, které sylogismy z jednotlivých figur jsou mezi sebou vzájemně dokazatelné, čímž, vynecháme-li „nearistotelské" mody, vytváří systém takřka přesně odpovídající diagramu ze strany 968 Glashoffova článku. Případnou možností převodů sylogismů, s různými závěry, skrze nepřímý důkaz se Aristotelés zabývá v kapitolách 11, 12 a 13 druhé knihy *Prvních analytik*. Zde si Aristotelés správně všímá, že první figura má určité specifikum. Nelze jí totiž jako jedinou použít pro nepřímý důkaz obecné kladné

[149]Což zahrnuje i ony „nearistotelské" mody.

[150]Viz zejména strany 968–970.

věty,[151] protože žádný ze sylogismů první figury neobsahuje jako premisu její negaci, tj. částečně negativní větu.

Z našeho pohledu je dalším velmi zajímavým místem 14. kapitola druhé knihy *Prvních analytik*, kde se Aristotelés pokouší v podstatě o totéž, co bylo hlavní náplní první části této práce. Snaží se zde totiž ukázat, že každý přímý důkaz lze převést na nepřímý a *vice versa*. Mohli bychom se tak zděsit, protože jeho text zabírá přibližně dvě textové strany, zatímco náš přes 20, takže pokud by jeho prezentace byla správně, přidělali jsme si velké množství práce. Naštěstí však můžeme říci, že ačkoli zde není žádná chyba, není jeho úvaha ani zdaleka kompletní. Aristotelés se totiž zastavuje na jednoduchých případech, kdy uvažuje nepřímý důkaz, který se skládá pouze z jednoho sylogistického kroku a jehož termíny jsou stejné jako v případě přímého důkazu. Ukazuje tedy například (*APr.* [4, II. c.14 63a8–14]), že pokud chceme nepřímo dokázat závěr $BeA$, pak jeden z předpokladů (jediného sylogistického kroku) nepřímého důkazu musel být $BiA$, přičemž další dva soudy, které jsme měli k dispozici, byly $AaC$ a $BeC$. Z premis $BiA$ a $AaC$, jsme pak pomocí sylogismu první figury *Darii* odvodili $BiC$, což je v rozporu s předpokladem $BeC$ a tedy platí závěr $BeA$. Tedy závěr, který jsme mohli z daných premis ($AaC$ a $BeC$) odvodit přímo pomocí sylogismu druhé figury *Camestres*. Tomuto postupu se nedá v jádru nic vytknout, ale počítá jen s velmi jednoduchým případem, kdy vyvozujeme pouze ze dvou premis. A byť Aristotelés několikrát mluví o více premisách a takzvaných *polysylogismech*, na tomto místě zcela ignoruje možnost, že negace závěru mohla způsobit spor někde jinde skrze *antilogismus*[152]. S čímž souvisí i to, že spor by teoreticky mohl přidáním negace závěru vzniknout kdekoli jinde, což se zde vůbec nesleduje. Tato pasáž je také jedna z těch, která dosvědčuje, jak daleko byl ještě Aristotelés od toho, aby chápal svojí sylogistiku jako deduktivní systém moderní logiky se vším, co k tomu patří. To však nemá být bráno jako výtka, ale spíše jako poukaz k tomu, že se v jakékoli nabízené interpretaci sylogistiky vždy jedná pouze o aproximaci a nikdy ne o „isomorfii“, kterou jistá vágnost Aristotelových vyjádření bezpečně znemožňuje. Musím však přiznat, že mě právě uvedená pasáž, spolu se Smileyho článkem [55], k postupu v sekci 2.6 inspirovala.

Vzhledem k formální části práce zbývá snad jen jedna důležitá otázka, kterou je snaha o nalezení místa, které by hovořilo pro nějakou proto-verzi věty o úplnosti sylogistiky. Možnost úspěchu je založena na tom, jak moc připustíme smysluplnost této otázky v

[151] Nemyslíme tím „triviální“ postup, který jsme použili pro důkaz věty 2 na straně 30. Takovýto „triviální“ převod zmiňuje Aristotelés, podle Corcorana ([19, str. 115]), v 29. kapitole první knihy *Prvních analytik* na místě 45b1–5.

[152] Viz stranu 26.

Aristotelském kontextu. Smysluplnost této otázky pak samozřejmě úzce souvisí s tím, jak velké a důsledné odlišení syntaxe a sémantiky v Aristotelově textu nalezneme, protože bez přesného rozlišení těchto dvou aspektů nemá otázka po úplnosti žádný rozumný význam. I v nedávných publikacích, které se touto otázkou a její relevance pro Aristotela zabývaly, nalezneme zcela protichůdná tvrzení. Na jedné (umírněné) straně můžeme uvést Jonathana Leara, který v knize [33] argumentuje pro to, že takováto otázka nepřipadá v úvahu, protože u Aristotela sémantické vyplývání a formální dokazatelnost splývá v jedno (ještě dříve, než by byla tato adekvace vůbec podrobena dokazování). Na stranách 15–33 pak, na základě kapitol 19–22 první knihy *Druhých analytik*, ukazuje, že jediné, co lze u Aristotela nalézt, je náznak důkazu věty o kompaktnosti.[153] Na druhé straně barikády můžeme nalézt například Bogera, který se na straně 243 svého textu [15] krátce a jednoznačně vyslovuje pro to, že (a) u Aristotela nalézáme dostatečné rozlišení mezi syntaxí a sémantikou a (b) samotný text analytik nás informuje, že Aristotelés si byl úplností svého systému jistý. Již výše jsme uvedli (viz stranu 90), že standardním místem pro hledání důkazu úplnosti byla 23. kapitola první knihy *Prvních analytik*,[154] avšak Boger uvádí jako hlavní doklad pro své tvrzení pasáž z 30. kapitoly, kde čteme (*APr.* [4, I. c.30 46a22–27]):

> A tak teprve tehdy, když jsme u každé věci pochopili, co jí náleží, je naším úkolem, abychom neprodleně vytkli důkazy. Jestliže totiž při zkoumání nebylo přehlédnuto nic z toho, co věcem opravdu náleží, teprve pak budeme moci ve všem, co lze dokázat, jej nalézt a provést, a pro co přirozeně důkaz není možný, učinit to zřejmým.[155]

Spojíme-li tuto pasáž s výše uvedou pasáží dokazující kompaktnost sylogistického vyvo-

[153]Tyto zajímavé pasáže jsou pak, podle Leara, natolik zatížena Aristotelovou koncepcí „predikativních řetězců", že z moderního úhlu pohledu nemají šanci obstát. Na druhou stranu je však tento moderní úhel pohledu pro hodnocení tohoto pokusu irelevantní, protože tento zůstává stále velmi zajímavý a inspirativní.

[154]Tato pasáž je takto chápána třeba Corcoranem — viz [19, str. 120–122].

[155]Srovnej tento překlad se standardním anglickým [12, str. 359]:

> For assuming that none of the true attributes of the objects concerned has been ommited in our survey, we shall be able to discover and demostrate the proof of everything which has a proof, and to elucidate everything whose nature does not admit proof.

Překlad uvedený Bogerem na straně 243 [15] je ještě jednoznačnější, když čteme:

> If a demonstration for it exists, we will be able to find that demonstration and demonstrate it, while if it does not naturally have a demonstration, we will be able to make that evident.

zování, můžeme mít opravdu nutkání tvrdit, že zde máme nějakou „protoverzi“ věty o úplnosti, byť zde stále budeme konfrontováni s tím, že mnoho Aristotelových rozlišení je velmi vágních. Nic z toho by nás však nemělo překvapit, protože bude trvat ještě dva tisíce let, než se logika („revolučně“) dopracuje k tomu, aby byla schopna studovat vztah mezi syntaxí a sémantikou, a tak se i ptát po úplnosti nějakého logického systému. Subtilnostmi a problémy těchto pasáží se zde již hlouběji zabývat nebudeme, protože jsme již splnili to, co jsme si předsevzali když jsme poukázali na pasáže, které mají nějaký přímý vztah k námi prezentovanému formálnímu systému.

# Kapitola 4

# Závěr

Předcházející kapitola se pokusila ukázat, že alespoň některá základní rozlišení, která jsme učinili ve formální kapitole, nestřílela zcela mimo aristotelský terč. Tvrdit však, že „přesně tak to měl na mysli Aristotelés“, když svá (nejen) logická díla psal, by bylo naprosto neoprávněné. Tato rozlišení totiž dávají smysl jen v kontextu zkoumání logiky uplynulého století a i autoři předcházející „moderní logice“ ve svých dílech prokazují, že na učinění takových typů závěrů prostě nebyla klasická logika připravena. To se však nezdá být zásadní problém. Je naprosto iluzorní myslet si, že dokážeme proniknout k tomu, jak přesně Aristotelés některé aspekty (nejen) sylogistiky chápal. Na mnoha místech je jasně vidět, jak jsme snad ukázali, že Aristotelovy texty nelze číst s představou nějaké ideové či terminologické jednoty. Respektive: pokud tam taková jednota je, tak se veškeré moderní pohledy, které jsme zmínili, vyznačují značnou neadekvátností. Tu však musíme připustit tak jako tak, protože u Aristotela skutečně jen s notnou dávkou fantazie dokážeme přesně odlišit hranici mezi syntaxí a sémantikou, zatímco všechny modernější interpretace, Łukasiewiczem počínaje a Bogerem konče, s takovým rozlišením počítají. Aristotelův přístup je skoro vždy oboustranný, přičemž jeho inovací je to, že si často výrazně všímá čistě syntaktických aspektů, zatímco jeho předchůdci zůstávají (z tohoto dualistického pohledu) převážně na straně významů. Bez ohledu na toto vše nás Aristotelovy logické spisy můžou opravdu překvapit rozsahem sledovaných vlastností, byť naší moderní optikou neustále vidíme, jak brzy se Aristotelés zastavil. Byla to právě relativní jednoduchost sylogistiky, která mu umožnila, aby se takřka vyčerpávajícím způsobem zabýval některými metalogickými úvahami. Jeho vzájemné převody sylogismů, převody mezi přímým a nepřímým důkazem, obecné podmínky pro platnost sylogismů, případně i úvahy nad dokazováním pravdivého z nepravdy, je jen několik příkladů, které jsou hodny prostudování a pochopení i přes občasnou nepřístupnost samotného textu. Právě na těchto místech dobře vidíme, proč k tomu pozdější „tradiční“ logika nedokázala takřka nic přidat a velmi často se stávala pouhou komentátorkou Aristotelova úsilí.

Vrátíme-li se k první části této práce, lze závěrem říci následující. Naše prezentace sylogistiky se opírala o běžně uznávané rozlišení a postupy. Ukázali jsme, že sylogistika chápaná jako deduktivní systém je silně úplná vzhledem k námi navržené sémantice a zároveň jsme konstruktivně předvedli, jak lze libovolný nepřímý důkaz z bezesporné množiny předpokladů převést na důkaz přímý. Prokázání možnosti tohoto převodu zabralo naprosto nejpodstatnější rozsah formální části práce a bylo by zajímavé pokusit se argumentovat nějakým méně pracným způsobem, který by ukázal totéž. Na první pohled se totiž zdá, že možnost eliminace nepřímého odvození je takřka zřejmá. Nám se však tento fakt zdůvodnit jednodušším, ale stále dostatečně exaktním, způsobem nepodařilo. Pokud však od pracnosti tohoto převodu odhlédneme, dostaneme relativně přehledný a jednoduchý logický systém, ve kterém lze prezentovat mnoho ze standardních vlastností logických systémů. Díky tomu je snad prezentovaná formalizace užitečnější, než jsou běžně přístupná shrnutí sylogistiky, kde se zpravidla nedostaneme za zevrubný přepis platných sylogismů a seznam příkladů. Snad se tedy v této práci podařilo prokázat, že/jak lze o teorii kategorického sylogismu ukázat více, než jen seznam 24 „latinských“ názvů, částečného popisu toho, co tyto názvy skrývají a příkladů odvození tvaru „každý člověk je smrtelný, Sókratés je člověk, tedy Sókratés je smrtelný.“ To nám totiž, na rozdíl od jiných aspektů, přijde smrtelně nezajímavé.

# Příloha A

# Tradiční názvy sylogismů

V celém textu jsme naprosto běžně používali tradiční názvy sylogismů. Nemělo by nás však překvapit, že žádný název podobného typu nikde u Aristotela nenalezneme. Jejich původ se traduje k Vilémovi ze Sherwoodu (1190–1249), v jehož díle *Úvod do logiky* nacházíme nejstarší dochovanou zmínku o těchto jménech (v našem případě používáme trochu odlišné názvy). Podle Prantla ([46, str. 15–16]) zde nacházíme takovouto „báseň“:

> Barbara, Celarent, Darii, Ferio, Baralipton,
> Celantes, Dabitis, Fapesmo, Frisesomorum,
> Cesare, Campestres, Festino, Baroco, Darapti,
> Felapton, Disamis, Datisi, Bocardo, Ferison.

My se zde však budeme odkazovat k jiné sadě názvů, které jsou ještě mladší, pro nás přirozenější, a které shrnuje tabulka A.1. Tyto názvy byly zvoleny tak, aby středověkému logikovi připomněly, jak daný sylogismus vypadá a usnadnily mu „zdokonalení“ sylogismů druhé, třetí a čtvrté figury pomocí dokonalých sylogismů figury první.[1] Základní vlastnost těchto názvů je běžně známá a lze ji vyčíst z jednotlivých samohlásek, které určují kvalitu a kvantitu jednotlivých premis a závěru, přičemž jsou vybrány z latinských slov *affirmo* (tvrdím) a *nego* (popírám). Tradiční západní logika požadovala, aby vyšší premisa (tj. pro ní chápaná jako ta, která obsahuje predikát závěru) byla na prvním místě, a tak již ze samohlásek máme relativně přesnou představu o tom, jak daný sylogismus vypadal, byť musíme vědět, do které figury ten který název patří, abychom ho zkonstruovali skutečně správně.[2] Vezmeme-li tedy například sylogismus *Festino*, pak víme, že první (vyšší) pre-

[1] Viz výše stranu 98.

[2] K tomu sloužili komplikovanější říkanky, než byla výše uvedená, které zahrnovaly i explicitní zmínku o tom, o kterou figuru se jedná.

| **Figura** | **Název** | **Figura** | **Název** |
|---|---|---|---|
| I. | *Barbara*<br>*Celarent*<br>*Darii*<br>*Ferio*<br>*Barbari*<br>*Celaront* | II. | *Cesare*<br>*Camestres*<br>*Festino*<br>*Baroco*<br>*Cesaro*<br>*Camestrop* |
| III. | *Darpati*<br>*Disamis*<br>*Datisi*<br>*Felapton*<br>*Bocardo*<br>*Ferison* | IV. | *Bamalip*<br>*Camenes*<br>*Dimatis*<br>*Fesapo*<br>*Fresison*<br>*Camenop* |

Tabulka A.1: Mnemotechnické názvy

misa je univerzální negativní, druhá (nižší) částečná pozitivní a závěr má formu částečně negativního soudu. Nyní nás budou zajímat sylogismy mimo první figuru, protože zde mají názvy jednotlivých sylogismů podobu taháku pro jejich „zdokonalení“. První písmeno každého sylogismu nám tak říká, pomocí kterého (z prvních čtyř) sylogismů první figury bude zdokonalení probíhat. Tak budeme sylogismus *Datisi* třetí figury zdokonalovat pomocí sylogismu *Darii*. Další souhlásky pak poskytují následující instrukce, přičemž poznamenejme, že zde stále mluvíme o tradičním, nikoli přímo aristotelském, postupu:

m *metathesis praemisarum*: Zaměň premisy tak, aby se z vyšší stala nižší a naopak.

*Příklad:* Tak pro sylogismus *Camestres*, prohodíme premisy ($YaZ$ a $XeZ$), abychom se dostali k premisám ($XeZ$ a $YaZ$), které jsou (skoro) vhodné k použití v sylogismu *Celarent*.

s *conversio simplex*: Na premisu (či závěr), která leží v bezprostřední blízkosti „s“, použij prostý obrat (tj. *E-con*, nebo *I-con*).

*Př.:* Pro *Camestres* to znamená, že máme na obecnou negativní premisu $XeZ$ provést prostý obrat *E-con*, ze kterého dostaneme $ZeX$. V ten moment již můžeme použít sylogismus *Celarent*, který nám dá závěr $YeX$. My však z názvu sylogismu vidíme, že na závěr máme opět použít prostý obrat *E-con*, a tak získat hledaný závěr $XeY$.

p *conversio per accidens*: Na premisu(či závěr), která leží v bezprostřední blízkosti „p“, použij obrat po případě (tj. $A$-*pcon*).

*Př.:* Uvažujme nyní sylogismus *Felapton*. Vidíme, že se bude zdokonalovat pomocí sylogismu *Ferio* a že máme provést obrat po případě na druhou premisu, což z premis $ZeY$ a $ZaX$ udělá $ZeY$ a $XiZ$, ze kterých již odvodíme pomocí sylogismu *Ferio* závěr $XoY$.

c *per imposible duci*: Zdokonalení proveď nepřímým důkazem, tj. přidej negaci závěru mezi premisy a použij ji, spolu s jednou z premis, v rámci sylogismu první figury.

*Př.:* V klasické sylogistice se nepřímo dokazovaly pouze sylogismy *Baroco* a *Bocardo*. Zvolme tedy například *Baroco*, kde máme premisy $YaZ$ a $XoZ$ a snažíme se dokázat závěr $XoY$. První souhláska nám říká, že budeme dokazovat pomocí sylogismu *Barbara*. Uvažujme tedy negaci závěru $XaY$ a použijme sylogismus *Barbara* na tuto negaci a $YaZ$, z čehož získáme závěr $XaZ$, který je v rozporu s premisou *XoZ*, a tím jsme nepřímo dokázali hledaný závěr $XoY$.

S těmito pravidly si tak vystačíme, pokud bude naším cílem znát 24 platných sylogismů a vědět, jakým způsobem nedokonalé sylogismy zdokonalovat pomocí dokonalých sylogismů první figury.

# Literatura

[1] Ackrill, J. L.: *Aristotle the Philosopher*. Oxford University Press, 1981.

[2] Aristotelés: *Kategorie*. ČSAV, 1958.

[3] Aristotelés: *O vyjadřování*. ČSAV, 1959.

[4] Aristotelés: *První analytiky*. ČSAV, 1961.

[5] Aristotelés: *Druhé analytiky*. ČSAV, 1962.

[6] Aristotelés: *Topiky*. ČSAV, 1975.

[7] Aristotelés: *O sofistických důkazech*. ČSAV, 1978.

[8] Aristotelés: *O duši*. Rezek, 1996.

[9] Aristotelés: *Rétorika / Poetika*. Rezek, 1999.

[10] Aristotelés: *Metafyzika*. Rezek, 2003.

[11] Aristotelés: *Etika Níkomachova*. Rezek, 2009.

[12] Aristotle: *The Categories, On Interpretation, Prior Analytics*. Harvard University Press, 1967.

[13] Barnes, J. (editor): *The Cambridge Companion to Aristotle*. Cambridge University Press, 1995.

[14] Barnes, J.: Aristotelova teorie důkazu. In *Epagogé a Epistémé*, Rezek, 2004, s. 47–87.

[15] Boger, G.: *Handbook of the History of Logic, 1. díl*, kapitola Aristotle's underlying logic. Elsevier, 2004, s. 101–246.

[16] Code, A.: *Routledge History of Philosophy, 2. díl*, kapitola Aristotle's logic and metaphysics. Routledge, 1999, s. 40–75.

[17] Corcoran, J.: Completeness of an Ancient Logic. *The Journal of Symbolic Logic*, ročník 4, 1972: s. 696–702.

[18] Corcoran, J.: A Mathematical Model of Aristotle's Syllogistic. *Archiv für Geschichte der Philosophie*, ročník 55, 1973: s. 191–219.

[19] Corcoran, J.: Aristotle's natural deduction system. In *Ancient Logic and it's Modern Interpretation*, D. Reidel Publishing Company, 1974, s. 85–131.

[20] Corcoran, J.: The Founding of Logic: Modern Interpretation of Aristotle's Logic. *Ancient Philosophy*, ročník 14, 1994: s. 9–24.

[21] Deslauriers, M.: *Aristotle on Definition.* Brill NV, Leiden, 2007.

[22] Ernst Tugendhat, U. W.: *Logicko-sémantická propedeutika.* Rezek, 1997.

[23] Flannery, K. L.: A Rationale for Aristotle's Notion of Perfect Syllogisms. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, ročník 28, 1987: s. 455–471.

[24] Glashoff, K.: Aristotelian Syntax from a Computational — Combinatorial Point of View. *Journal of Logic and Computation*, ročník 15(6), 2005: s. 949–973.

[25] Graeser, A.: *Řecká filosofie klasického období.* OIKOYMENH, 2000, 448 s.

[26] Gredt, J.: *Základy aristotelsko-tomistické filosofie.* Krystal OP, 2009, 584 s.

[27] Guthrie, W. K. C.: *A History of Greek Philosophy, 4. díl.* Cambridge University Press, 1975.

[28] Heidegger, M.: *Bytí a čas.* OIKOYMENH, 2008.

[29] Kneale, W.; Kneale, M.: *The Development of Logic.* Claredon press, 1984.

[30] Kolman, V.: *Filosofie čísla.* FILOSOFIA, 2008.

[31] Łukasiewicz, J.: *Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic.* Oxford – Clarendon press, 1957.

[32] Laertios, D.: *Žvoty, názory a výroky proslulých filosofů.* ČSAV, 1964.

[33] Lear, J.: *Aristotle and logical theory.* Cambridge University Press, 1980.

[34] Leibniz, G. W.: *Opuscules et fragments inédits de Leibniz.* F. Alcan, 1903.

[35] Leibniz, G. W.: *Logical papers*. Oxford Clarendon Press, 2002.

[36] Manekin, C. H.: Some Aspect of the Asertoric Syllogism in Medieval Hebrew Logic. *History and Philosophy of Logic*, ročník 17, 1996: s. 49–71.

[37] Mignucci, M.: Aristotle on the Existential Import of Propositions. *Phronesis*, ročník 52, 2007: s. 121–138.

[38] Modrak, D.: *Jednotliviny a individuální formy*, kapitola Vnímání, úvaha a vědění. OIKOYMENH, 1993, s. 63–89.

[39] Moravcsik, J.: *Handbook of the History of Logic, 1. díl*, kapitola Logic Before Aristotle: Development or Birth? Elsevier, 2004, s. 1 – 27.

[40] Novak, J. A.: Some Recent Work on the Asertoric Syllogistic. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, ročník April, 1980: s. 229–242.

[41] Parsons, T.: The Traditional Square of Opposition. In *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, editace E. N. Zalta, Fall 2008.
URL <http://plato.stanford.edu/archives/fall2008/entries/square/>

[42] Patterson, R.: Aristotle's perfect syllogisms, predication, and the *dictum de omni*. *Synthese*, ročník 96, 1993: s. 359–378.

[43] Patterson, R.: *Aristotle's modal logic*. Cambridge University Press, 1995.

[44] Patzig, G.: *Aristotle´s Theory of the Syllogism : a logic philological study of a book a of the Prior Analytics*. Dordrecht, 1968.

[45] Platón: *Platónovy Spisy I–V*. OIKOYMENH, 2003.

[46] Prantl, C.: *Geschichte der Logik im Abendlande, 3. díl*. Von S. Hirzel, 1867.

[47] Reale, G.: *Platón*. OIKOYMENH, 2005.

[48] Rezek, P. (editor): *Idea, hypotéza a otázka*. OIKOYMENH, 1991.

[49] Rose, L. E.: *Aristotle's Syllogistic*. Charles C Thomas, 1968.

[50] da Costa; Luis Lopes dos Santos, N.: On the Syllogism 1.

[51] Schopenhauer, A.: *Svět jako vůle a představa I., II.* Nová tiskárna Pelhřimov, 1996.

[52] Shorey, P.: The Origin of the Syllogism. *Classical Philology*, ročník 19, 1924: s. 1–19.

[53] Shorey, P.: The Origin of the Syllogism Again. *Classical Philology*, ročník 28, 1933: s. 199–204.

[54] Smiley, T.: Syllogism and Quantification. *The Journal of Symbolic Logic*, ročník 27, 1962: s. 58–72.

[55] Smiley, T. J.: What is a syllogism? *Journal of Philosophical Logic*, ročník 2(1), 1973: s. 136–154.

[56] Smith, R.: Completeness of an ecthetic syllogistic. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, ročník 24 (2), 1983: s. 224–232.

[57] Sousedík, P.: *Logika pro studenty humanitních oborů.* Vyšehrad, 2001, 224 s.

[58] Stekeler-Weithofer, P.: *Grundprobleme der Logik. Elemente einer Kritik der formalen Vernunft.* Berlin, 1986, 578 s.

[59] Swoyer, C.: Leibniz on Intension and Extension. *Noûs*, ročník 29, 1995: s. 96–114.

[60] Thein, K.: *Vynález věcí; O Platónově hypotéze idejí.* Filosofia Praha, 2008.

[61] Tvrdý, J.: *Logika.* Melantrich, Praha, 1937.

[62] Vollrath, E.: Logos a Věc. In *Logos Apofantikos*, Rezek, 2000, s. 97–128.